

Bestimmung des elektrischen Formfaktors des Neutrons



Diplomarbeit
von
Frank Alexander Natter

Physikalisches Institut der Universität Tübingen
Februar 1995

Überblick

Die A3-Kollaboration am MAMI-B in Mainz hat es sich zum Ziel gesetzt den elektrischen Formfaktor des Neutrons G_E^n bei einem Impulsübertrag im Bereich von $q_\mu^2 = -8 \text{ fm}^{-2}$ mit einem Gesamtfehler von weniger als 10% zu bestimmen.

Dazu werden zwei verschiedene Experimente mit longitudinal polarisierten Elektronen durchgeführt: das $D(\vec{e}, e', \vec{n})$ -Experiment mit der Messung der Neutronrückstoßpolarisation und das ${}^3\text{He}(\vec{e}, e'n)$ -Experiment, in welchem durch koinzidenten Neutronnachweis die Streuung am Neutron sichergestellt wird. In beiden Fällen ist die Observable des Experiments proportional zum elektrischen Neutronformfaktor. Anfang 1994 hat ein Pilotexperiment die prinzipielle Durchführbarkeit der Messung am ${}^3\text{He}$ gezeigt [Mey94].

Ziel dieser Arbeit ist es mit Hilfe einer kinematischen Rekonstruktion pro Ereignis inelastische Prozesse abzuspalten, da diese auch eine Asymmetrie tragen, welche das Ergebnis verfälschen. Mit dieser Methode konnte der von den inelastischen Ereignissen stammende systematische Fehler von 8% auf 4% gedrückt werden und erbrachte den Wert: $G_E^n = 0.037 \pm 0.015$. Besonders wichtig wird diese Methode bei der Auswertung der Messungen mit vollem Detektoraufbau (Frühjahr 95), da dann die Trennung der inelastischen Ereignisse auf Grund größerer Raumwinkelakzeptanz erschwert ist.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	4
2.1	Die Super – Rosenbluth – Formel	5
2.2	Resultierender Wirkungsquerschnitt und Asymmetrien	8
2.3	Kinematik	10
3	Das Neutron	13
3.1	Elementare Eigenschaften und Formfaktoren	13
3.2	Methoden zur Bestimmung von G_E^n	14
3.3	G_E^n – Experimente mit polarisierten Elektronen	16
4	Das MAMI ^3He – Experiment	18
4.1	Polarisierte Quelle	19
4.2	Spinrotator und Møllerpolarimeter	22
4.3	Der Bleiglas – Detektor	23
4.4	Der TOF – Detektor	25
4.5	Das $^3\vec{\text{He}}$ – Target	26
4.6	Der Čerenkov – Detektor	28
5	Auswertung	30
5.1	Elektronarm	30
5.1.1	Pulshöhenkalibrierung	30
5.1.2	Fehler der Ortsmessung und Leakage	31
5.1.3	Rekonstruktion des Trefferortes	33
5.2	Neutronarm	34
5.2.1	Energierekonstruktion	34

<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	2
5.2.2 Ortsrekonstruktion	36
5.3 Kinematische Rekonstruktion	38
5.3.1 Monte-Carlo-Simulation	38
5.3.2 Rekonstruierte Spektren	43
6 Ergebnis	46
6.1 Cut-Methoden	46
6.2 Asymmetrieverläufe	48
6.3 Zusammenfassung	50
A Kinematik	51
A.1 Kinematische Beziehungen	51
A.2 Das Breit-System	52
B Die Tensoren	53
B.1 Der Leptontensor	53
B.2 Der Hadronstromoperator	54
B.3 Der Hadrontensor	55
C Notation	57

1 Einleitung

Schon immer hat sich die Menschheit für den Aufbau der Materie interessiert. So hat z.B. der griechische Philosoph Demokritos in seiner Lehre die Ansicht vertreten, daß die sukzessive Teilung der Materie irgendwann ein Ende haben muß. Diesen letzten Baustein nannte er Atomon, das Unteilbare. Ebenso führte Anaximenes von Miletus im 6. Jahrhundert vor Christus den Begriff der Elemente, als die einfachsten und damit unveränderlichen Grundstoffe, ein. Empedokles (490 bis 430 v. Chr.) führte diesen Gedanken weiter und nahm an, daß die materielle Welt aus den vier Elementen Erde, Wasser, Feuer, Luft zusammengesetzt sei. Es hat allerdings noch lange gedauert, bis Mendeleew 1869 das Periodensystem mit damals 63 chemischen Elementen, heute sind es 111, aufstellte. Aus ihnen lassen sich auf chemischem Wege alle Moleküle aufbauen. Seit Rutherfords α -Streuexperiment 1911 und der Entdeckung des Neutrons durch Chadwick 1932 weiß man, daß alle Atome aus einer Hülle, die nur aus Elektronen, und einem Kern, der nur aus zwei verschiedenen Kernteilchen, den Nukleonen besteht, aufgebaut sind. Zu diesem Zeitpunkt war die Welt einfach; sie bestand nur aus Proton, Neutron, Elektron und dem Neutrino. Ein Schönheitsfehler war die Instabilität des freien Neutrons, ein Problem, das man jedoch verkraften konnte, da die in stabilen Atomkernen gebundenen Neutronen keine Neigung zeigten, von sich aus zu zerfallen.

Die Situation änderte sich mit dem Bau und der Erprobung der großen Teilchenbeschleuniger rasch. Mitte der 60er Jahre war der Teilchenzoo, wie die Unmenge von Teilchen und Resonanzen (ca. 300 Hadronen) genannt wurde, so groß geworden, daß ihre Klassifikation zur Hauptaufgabe der Elementarteilchenphysik wurde. Diese Ordnung gelang durch die Einführung von sechs Quarks, als Bausteine einer tieferliegenden Struktur. Die Nukleonen der Atomkerne bestehen sogar zum größten Teil nur aus zwei Quarksorten, dem up- und down-Quark. Die Suche nach dem Aufbau der Materie in den letzten Jahrhunderten und speziell in den letzten Jahrzehnten ist durch eine immer höhere Auflösung und somit durch ein immer feineres Modell und tiefere Struktur gekennzeichnet. Der Vergleich mit einer russischen Matrioschka-Puppe ist naheliegend. Immer wieder hat sich herausgestellt, daß die etablierte Struktur nicht elementar ist, sondern wieder aus kleineren Bausteinen besteht. Allerdings sprechen nun einige Indizien, wie die Folgerungen aus der Unschärfe-Relation in diesen Dimensionen, oder die Erfolge des Standardmodells dafür, daß unsere Vorstellungen von der

Materie vermutlich der Wahrheit recht nahe kommen und ein Ende der Substruktur in Sicht ist. Wir können bei den uns zugänglichen Energien und Auflösungen mit gutem Gewissen behaupten, daß die Quarks und Leptonen des Standardmodells punktförmig sind. Daran wird sich wahrscheinlich auch so schnell nichts ändern, denn anhand dieser Theorie wird vermutet, daß sich erst ab 10^{15} GeV, der großen Vereinheitlichungsenergie, neue Phänomene einstellen werden. Bei diesem Ausgangspunkt stellt sich nun die Frage, wie denn die uns umgebende Materie aus diesen Bausteinen aufgebaut ist. Chemie, Atom- und Kernphysik bestehen schon seit langem und sind auch sehr erfolgreich, zumindest im Rahmen von Näherungsverfahren, in der Beschreibung von Molekülen, Atomen und Kernen. Lediglich die theoretische Kernphysik hat immer noch mit der analytischen Berechnung von Kernen zu kämpfen. Letzteres ist nicht ein Ausdruck des Unverständnisses der Prinzipien — denn die QCD ist mittlerweile eine etablierte Theorie, die die Quarks und die Kräfte zwischen ihnen beschreibt und die Grundlage der Kernkraft darstellt — sondern ihrer mathematischen Schwierigkeiten. Leider ist diese auf Grund der Größe der Kopplungskonstanten in dem hier angesprochenen Energiebereich (Impulsübertrag bis $|q_\mu^2| < 1 \text{ GeV}^2$) störungstheoretisch nicht behandelbar. Folglich gibt es eine Reihe von theoretischen Modellen, die dieses Problem phänomenologisch angehen. Zu nennen wären hier effektive Feldtheorien [Mei56], das Nambu–Jona–Lasinio–Modell (NJL) mit chiraler Störungstheorie [Goe94] und Solitonenmodelle [Raj82, Hol92]. Wie man sieht, besteht deshalb ein großer Bedarf an empirischen Erkenntnissen um theoretische Unsicherheiten auszugleichen. Gerade für das Verständnis des Nukleons sind in letzter Zeit eine Reihe von Experimenten initiiert worden [Mad85, Sic89, Jon93]. Unter anderem wurden diese durch die sogenannte Spinkrise des Nukleons [Fro94] ausgelöst. Es bietet sich an, gewisse Summenregeln wie z.B. die Gerasimov–Drell–Hern–Summenregel, die von der Theorie vorhergesagt werden, zu testen. Ein Experiment zur Überprüfung der GDH–Summenregel, welches Anfang 1996 in Mainz und Bonn stattfinden wird, ist zur Zeit in Vorbereitung, wobei der zum Einsatz kommende STAR–Detektor am physikalischen Institut in Tübingen von Markus Sauer und André Fuchs aufgebaut wird. Weitere Möglichkeiten zur Erforschung des Nukleons liegen in dessen elektromagnetischer Struktur, z.B. die Messung der Formfaktoren, welche ein Maß für die Verteilung der Quarks im Inneren sind. Da der *elektrische Formfaktor des Neutrons*, G_E^n , im Rahmen der Valenzquarkmodelle identisch Null sein sollte, war er lange Zeit nicht Gegenstand der Forschung. Aber genau so wie diese Modelle zur Spinkrise geführt haben, so stimmt auch die Vorhersage G_E^n betreffend nicht. Er ist zwar klein im Gegensatz

zum Proton, aber nicht verschwindend. Mit verbesserten Nukleonmodellen ist das Interesse an der Struktur des Neutrons neuerdings wieder gewachsen, und sie ist Thema verschiedener Experimente an modernen Teilchenbeschleunigern [Bau83, Ash88, Fri90].

Durch den Aufbau der dritten Stufe des Mainzer Mikrotrons (MAMI B) zu einem leistungsfähigen Dauerstrichbeschleuniger stehen bei Bedarf sogar polarisierte Elektronen bis zu einer Energie von 855 MeV zur Verfügung, siehe [MAMI]. Damit ist MAMI prädestiniert zur Messung von G_E^n , denn wie im Kapitel 3.3 ersichtlich wird, eröffnet der Polarisationsfreiheitsgrad neue Möglichkeiten zur Bestimmung des Formfaktors. Leider läßt sich nicht, wie z.B. beim Proton, ein reines Neutronentarget zur Messung verwenden, und somit muß man bei Streuexperimenten auf Kerne niedriger Ordnungszahl zurückgreifen und dabei die restlichen Nukleonen berücksichtigen. Folglich bieten sich dabei besonders Helium-3 und Deuterium an. Anfang 1994 wurden am MAMI im Rahmen der A3-Kollaboration zwei Testmessungen, ${}^3\text{He}(\vec{e}, e'n)$ und $\text{D}(e, e'p)$, siehe [Eyl94, Fre94], durchgeführt. Ziel dieser Arbeit ist es, im ${}^3\text{He}$ Experiment nach einer kinematischen Rekonstruktion die quasielastischen Ereignisse, die als einzige einen definierten Schluß auf G_E^n zulassen, von den inelastischen zu trennen. Je besser dies gelingt, um so kleiner ist der systematische Fehler. Dies wirkt sich besonders bei den nachfolgenden Messungen mit vollem Detektorausbau aus. Ebenso ist zu erwarten, daß sich der statistische Fehler infolge der ca. fünffachen Meßzeit — das Experiment ist auf 500 h angesetzt — stark verringert.

2 Theorie

In diesem Kapitel soll der Wirkungsquerschnitt der Streuung von polarisierten Elektronen am polarisiertem Nukleon hergeleitet werden, um daraus die Observable des Experiments, nämlich das Verhältnis zweier Asymmetrien, welches proportional zu G_E^n ist, zu erhalten. Während der bekannte Rutherford-Querschnitt die Streuung eines „spinlosen“ Elektrons an einer unendlich schweren Punktladung beschreibt, berücksichtigt der Mott-Querschnitt die Wechselwirkung mit dem Elektronenspin und den Rückstoß auf Grund einer endlichen Targetmasse:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}(\vartheta) = \frac{\alpha^2}{4k^2 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}} \frac{k'}{k} \cos^2 \frac{\vartheta}{2} \quad (2.1)$$

Diese ist nur gültig im relativistischen Limes (RL), also für $\beta \rightarrow 1$, wobei $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar c} \approx 1/137$ die sogenannte Feinstrukturkonstante, ϑ der Streuwinkel und k bzw. k' die Energie des ein- und auslaufenden Elektrons im Laborsystem ist. Trägt das Target auch noch einen Spin und besitzt es eine innere Struktur, so muß die daraus resultierende Wechselwirkung mitberücksichtigt werden. Somit gehen die Sachs-Formfaktoren G_E, G_M , welche ein Maß für die elektrische Ladungs- und Stromverteilung sind, in den als Rosenbluth-Formel bezeichneten Streuquerschnitt ein:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{RB}}(\vartheta) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left(\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2 \tan^2 \frac{\vartheta}{2} \right) \quad (2.2)$$

Dabei ist die kinematische Variable τ durch das Verhältnis des Impulsübertragsquadrats zur Nukleonruhemasse definiert. Oft findet man auch eine vereinfachte Schreibweise für das Quadrat des Impulsübertrags: $q_\mu^2 = -Q^2$, die hier jedoch nicht verwendet wird, da sie leider in der Literatur nicht einheitlich Verwendung findet.

$$\tau = -\frac{q_\mu^2}{4m^2} = \frac{Q^2}{4m^2} \quad (2.3)$$

Obige Wirkungsquerschnitte gelten für den unpolarisierten Fall, denn bei ihrer Herleitung wird über die Elektron- und Nukleonspins im Anfangszustand gemittelt und im Endzustand summiert. Sind allerdings die Stoßpartner polarisiert, so wird der von beiden Spins abhängige Wirkungsquerschnitt in der Literatur als sogenannte Super-Rosenbluth-Formel bezeichnet, siehe z.B. [DoR86, Don85, Sch93].

2.1 Die Super – Rosenbluth – Formel

Der Wirkungsquerschnitt eines quantenmechanischen Prozesses läßt sich in drei Faktoren zerlegen: in den einfallenden Teilchenfluß, das lorentzinvariante Phasenraumelement und die sogenannte invariante Amplitude, die die eigentliche Physik der Reaktion beschreibt.

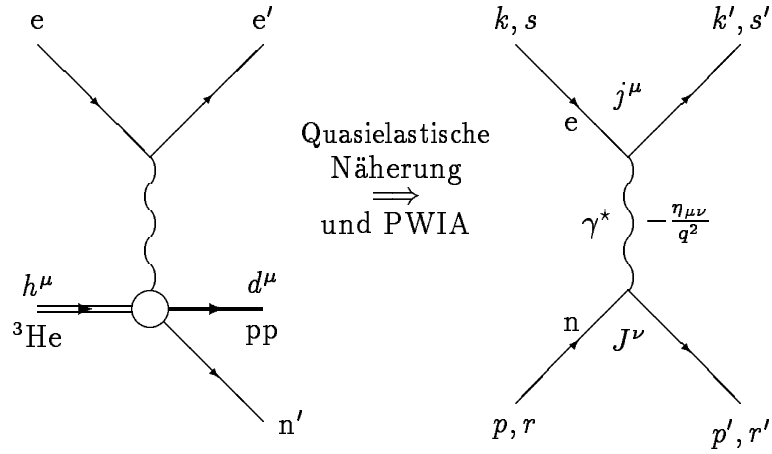


Abbildung 1: *Feynmandiagramme zur elastischen $e^- - {}^3\text{He}$ Streuung*

Nach den Feynman-Regeln der QED folgt für die invariante Amplitude \mathcal{M} des Graphen in Abbildung 1 folgender Ausdruck, der ein Produkt des Elektronstroms j^μ und Hadronstroms J^ν und des Photonpropagators $\eta_{\mu\nu}/q^2$ ist:

$$i\mathcal{M} = e^2 j_{ss'}^\mu \frac{\eta_{\mu\nu}}{q^2} J_{rr'}^\nu \quad (2.4)$$

Im allgemeinen werden in den meisten Experimenten die Spins der Teilchen nicht detektiert und folglich muß man über alle Zustände summieren. Wenn also der Eingangskanal unpolarisiert ist, welches einer Superposition aller Spinzustände entspricht, muß über die Spins r, s vor dem Stoß gemittelt werden, was zu 4 Kombinationen führt. Da allerdings nach dem Stoß die Amplituden aller Kanäle beitragen, hat man über alle Spinstellungen nach dem Stoß zu summieren. Nun läßt sich die Summe über die Spinzustände in Gleichung (2.4) als Produkt zweier Tensoren 2. Stufe umschreiben. Allerdings ist dies nur in erster Ordnung Störungstheorie möglich, die hier ihre Verwendung findet:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{4} \sum_{sr s' r'} \mathcal{M} \mathcal{M}^\dagger \quad (2.5a)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{e^4}{q^4} \left(\frac{1}{2} \sum_{ss'} j_\mu j_\nu^\dagger \right) \left(\frac{1}{2} \sum_{rr'} J^\mu J^{\nu\dagger} \right) \\
&=: \frac{e^4}{q^4} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} \tag{2.5b}
\end{aligned}$$

Dadurch gelingt es, die invariante Amplitude in einen leptonischen und hadronischen Anteil zu faktorisieren. Der Vorteil dieses Verfahrens besteht darin, daß sich die Auswertung der Tensoren auf die Berechnung von Spuren zurückführen läßt. Diese sind rechentechnisch relativ leicht zu handhaben, da die Spurtheoreme der γ -Matrizen die Berechnung wesentlich vereinfachen. Im polarisierten Fall bedeutet dies, daß die Summen in Gleichung (2.5) nicht ausgeführt werden dürfen, sondern konkrete Spinoren mit definiertem Spin einzusetzen sind. Dies führt jedoch zu sehr umständlichen und langwierigen Rechnungen, so daß sich folgender Trick anbietet: wird unter die Summe ein sogenannter Spinprojektionsoperator eingeschoben, der alle Zustände auf einen definierten Spinzustand projiziert, so kann man weiterhin die Summation ausführen und braucht nicht auf die Vorteile der Rechentechnik mit Spuren zu verzichten. Trotzdem ergibt sich dann wegen des Projektionsoperators der Wirkungsquerschnitt für eine bestimmte Spinkonfiguration. Allgemein besitzt ein Spinprojektionsoperator im Rahmen der Diractheorie folgenden Ausdruck:

$$P_s u(p, r) = u(p, r) \delta_{sr} \quad \text{mit } P_s = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5 \not{s}) \tag{2.6}$$

Da auf Grund des Spinprojektionsoperators die Tensoren als Summe eines symmetrischen Anteils, der wegen des Einheitsoperators in Gleichung (2.6) unabhängig vom Spin ist, und eines asymmetrischen, spinabhängigen Anteils geschrieben werden können, wird diese Zerlegung im Folgenden auch durchgeführt, besonders da sich auch der Wirkungsquerschnitt als eine solche Summe schreiben läßt. Die hier beschriebene Rechnung für den Lepton- und Hadrontensor befindet sich im Anhang, siehe Kapitel B.1 und B.3.

Die konkrete Berechnung des Wirkungsquerschnitts aus (B.6) und (B.12) soll jedoch auf einem anderen Weg durchgeführt werden, denn da der Hadrontensor im Laborsystem eine hinreichend komplizierte Gestalt besitzt, würde die Berechnung der Kontraktion $L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}$ äußerst umfangreich werden. Hilfreich ist hier der Übergang in das Breit-System, welches in Kapitel A.2 näher erläutert wird. Der Stromoperator Γ^μ in (B.8) nimmt darin mit $q^\mu = (0, 0, 0, q)$ nach der Gordon-Zerlegung, siehe [Hal84] und Abbildung 27, eine einfache Form an:

$$\Gamma^\mu = (F_1 + \kappa F_2) \gamma^\mu - \kappa F_2 \frac{(p + p')^\mu}{2m} \tag{2.7a}$$

$$= G_M \gamma^\mu - \kappa F_2 \frac{E}{m} \eta^\mu_0 \quad (2.7b)$$

Außerdem lassen sich aus der Spinornormierung nützliche Beziehungen für die Spinoren im Breit-System ableiten:

$$\bar{u}(p')u(p) = 2E \quad (2.8a)$$

$$\bar{u}(p')\gamma^0 u(p) = 2m \quad (2.8b)$$

Mit (2.7b) und (2.8) ist es nun möglich, direkt den Hadronstrom J^μ mit Spinzustand r, r' herzuleiten, wobei die einfache Form von Γ^μ im Breit-System zur Folge hat, daß die große und kleine Komponente des Diracspinors $u(p, r)$ entkoppeln. Somit läßt sich der Strom allein durch zwei-komponentige Paulispinoren χ_r ausdrücken.

$$J^\mu = \bar{u}'\Gamma^\mu u = \chi_{r'}^\dagger I^\mu \chi_r \quad (2.9a)$$

$$\text{mit } I^\mu = (2mG_E, iqG_M\sigma_2, -iqG_M\sigma_1, 0) \quad (2.9b)$$

In völliger Analogie zur Berechnung der Tensoren in Kapitel B.1 und B.3 folgt der Ausdruck für $W^{\mu\nu}$ aus (2.5), der sich jedoch im Breit System stark vereinfacht:

$$W^{\mu\nu} = \sum_{r'} J_{rr'}^\mu J_{rr'}^{\nu\dagger} \stackrel{(2.9)}{=} \text{Tr } I^\mu I^{\nu\dagger} P_r \quad (2.10)$$

Im Gegensatz zu obigen Ausführungen bzw. Gleichung (B.9) ist hier zu beachten, daß im Spezialfall des Breit-Systems die Spur nur über die Paulimatrizen durchzuführen ist. Dies drückt sich auch im Spinprojektionsoperator aus, der im Pauliformalismus die Gestalt $P_r = (1 + \vec{\sigma} \vec{r})/2$ besitzt. Die Berechnung von (2.10) ist ab jetzt „straight forward“ und führt zu:

$$W = W_S + W_r \quad (2.11a)$$

$$W_S^{\mu\nu} = \text{diag}(4m^2 G_E^2, q^2 G_M^2, q^2 G_M^2, 0) \quad (2.11b)$$

$$W_r^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2iqmG_E G_M r_x & 0 \\ 0 & 0 & iq^2 G_M^2 r_z & 0 \\ 2iqmG_E G_M r_x & -iq^2 G_M^2 r_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.11c)$$

Nachdem $W^{\mu\nu}$ nun bekannt ist, muß noch der Leptontensor berechnet werden. Dazu werden die Vierervektoren des Elektrons im Breit-System benötigt, welche dann in die Gleichung des Leptontensors einzusetzen ist. Das Breit-System, siehe Anhang B.1 ist hauptsächlich dadurch gekennzeichnet, daß

keine Energie übertragen wird. Daraus läßt sich sofort ableiten, daß die Null- und x -Komponente des Elektronimpulses unverändert bleibt, während die z -Komponente das Vorzeichen wechselt. Somit wird der Ansatz $k_B^\mu = k_B(1, \cos \frac{\vartheta_B}{2}, 0, \sin \frac{\vartheta_B}{2})$ motiviert. Dabei ist k_B die Elektronenergie und ϑ_B der Streuwinkel im Breit-System, vergleiche Abbildung 27. Mit $k_B^z - k_B'^z = q$ folgt $k_B = q/(2 \sin \frac{\vartheta_B}{2})$, womit die Vierervektoren vollständig definiert sind:

$$k_B^\mu = \frac{q}{2} \left(\csc \frac{\vartheta_B}{2}, \cot \frac{\vartheta_B}{2}, 0, 1 \right) \quad (2.12a)$$

$$k_B'^\mu = \frac{q}{2} \left(\csc \frac{\vartheta_B}{2}, \cot \frac{\vartheta_B}{2}, 0, -1 \right) \quad (2.12b)$$

Nun kann der Leptontensor durch Einsetzen der Elektron-Viererimpulse gemäß (B.6) berechnet werden:

$$L = L^S + L^h \quad (2.13a)$$

$$L_{\mu\nu}^S = q^2 \begin{pmatrix} \cot^2 \frac{\vartheta_B}{2} & \cot \frac{\vartheta_B}{2} \csc \frac{\vartheta_B}{2} & 0 & 0 \\ \cot \frac{\vartheta_B}{2} \csc \frac{\vartheta_B}{2} & \csc^2 \frac{\vartheta_B}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.13b)$$

$$L_{\mu\nu}^h = ihq^2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\cot \frac{\vartheta_B}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \csc \frac{\vartheta_B}{2} & 0 \\ \cot \frac{\vartheta_B}{2} & -\csc \frac{\vartheta_B}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.13c)$$

Hier bezeichnet h die Helizität des Elektrons, welche in Anhang B.1 eingeführt wird und die Werte ± 1 für longitudinale Polarisation in und entgegen der Flugrichtung annehmen kann. Für $h = 0$ liegt der unpolarisierte Tensor vor, vergleiche auch (B.6).

2.2 Resultierender Wirkungsquerschnitt und Asymmetrien

Um nun den Wirkungsquerschnitt zu erhalten, müssen die beiden Tensoren aus (2.13) und (2.11) kontrahiert und mit dem einfallenden Fluß und Phasenraumfaktor multipliziert werden. Wird die invariante Amplitude nur aus der Kontraktion der symmetrischen Anteile $L_S W_S$ berechnet, so führt dies

zur bekannten Rosenbluth-Formel:

$$|\mathcal{M}_S|^2 = f I_S = f \left[\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2 \tan^2 \frac{\vartheta}{2} \right] \quad (2.14a)$$

$$\text{mit } f = \frac{4m^2 e^4}{q^2 \tan^2 \frac{\vartheta}{2}} = \frac{m^2 e^4 \cos^2 \frac{\vartheta}{2}}{kk' \sin^4 \frac{\vartheta}{2}} \quad (2.14b)$$

Dabei muß beachtet werden, daß nach der Kontraktion noch die Winkeltransformation vom Breit- ins Laborsystem durchzuführen ist. Benötigt wird $\cot^2 \frac{\vartheta_E}{2} = \cot^2 \frac{\vartheta}{2} / (1 + \tau)$ und $\csc^2 \frac{\vartheta_E}{2} = \cot^2 \frac{\vartheta}{2} / (1 + \tau) + 1$, welches in Anhang A.2 hergeleitet wird. Analog lassen sich die invarianten Amplituden für den polarisierten Fall aus L_h, W_r berechnen:

$$|\mathcal{M}_r^h|^2 = fh(I_x r_x + I_z r_z) \quad (2.15a)$$

$$\text{mit } I_x = -2\sqrt{\frac{\tau}{1 + \tau}} G_E G_M \tan \frac{\vartheta}{2} \quad (2.15b)$$

$$I_z = -2\tau \sqrt{\frac{1}{1 + \tau} + \tan^2 \frac{\vartheta}{2}} G_M^2 \tan^2 \frac{\vartheta}{2} \quad (2.15c)$$

Fügt man jetzt noch den Fluß- und Phasenraumfaktor zur invarianten Amplitude hinzu, so folgt nach einigen Umformungen der Ausdruck für den totalen Wirkungsquerschnitt: die Super-Rosenbluth-Formel im Spezialfall eines ruhenden Nukleons.

$$\sigma_{\text{SRB}} = \sigma_{\text{Mott}} [I_S + P_e(P_x I_x + P_z I_z)] \quad (2.16)$$

Beschränkt man sich jedoch auf die Berechnung einer Asymmetrie, ist die invariante Amplitude hinreichend zur Ableitung, da sich der Fluß- und Phasenraumfaktor herauskürzen läßt und nur die Kontraktion durchgeführt werden muß. Auch diese läßt sich wegen der Symmetrieeigenschaften der Tensoren — die polarisierten Anteile W_r, L_h sind antisymmetrisch — auf zwei Terme zurückführen:

$$A_r = \frac{\sigma_r^+ - \sigma_r^-}{\sigma_r^+ + \sigma_r^-} = \frac{L_+ W_r}{L_S W_S} \quad (2.17a)$$

$$\text{mit } \sigma_r^h = (L_S + L_h)(W_S + W_r) = L_S W_S + L_h W_r \quad (2.17b)$$

Mit σ_r^h wurde dabei der totale Wirkungsquerschnitt mit Strahlhelizität $h = +/ -$ und Targetspin r gekennzeichnet. Um die Asymmetrieformel an die experimentellen Gegebenheiten anzupassen, muß diese noch mit dem Polarisationsgrad der Elektronen multipliziert werden und der Neutronspin \vec{r}

ist durch einen Polarisationsvektor zu ersetzen, der ebenfalls den Grad der Neutronpolarisation beinhaltet. Somit ergeben sich also die Asymmetrien in Abhängigkeit von den drei Komponenten der Target- $P_{x/y/z}$ und Elektronenpolarisation P_e nach Gleichung (2.17a):

$$A_x = \frac{I_x}{I_S} P_x P_e \quad (2.18a)$$

$$A_y = 0 \quad (2.18b)$$

$$A_z = \frac{I_z}{I_S} P_z P_e \quad (2.18c)$$

Für den Quotienten aus den Asymmetrien A_x und A_z folgt dann die bei der Auswertung zur Bestimmung von G_E^n verwendete Gleichung. Dabei ist direkt ersichtlich, daß dieser von den Polarisationsgraden unabhängig ist, insofern sich diese während aufeinanderfolgender A_x und A_z Messungen nicht ändern.

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &:= \frac{A_\perp}{A_\parallel} = \frac{I_x}{I_z} \\ &= \left[\tau + \tau(1 + \tau) \tan^2 \frac{\vartheta}{2} \right]^{-1/2} \times \frac{G_E^n}{G_M^n} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Da im Breit-System die x - und z -Achsen senkrecht und parallel zum Impulsübertrag liegen, werden die Asymmetrien A_x, A_z anschaulicher auch als A_\perp, A_\parallel bezeichnet.

2.3 Kinematik

Zur kinematischen Rekonstruktion sind die Größen im Eingangs- und Ausgangskanal aus Abbildung 1 in den Energie- und Impulserhaltungssatz einzusetzen. Die Vierervektoren wurden wie folgt angesetzt (die Masse des Elektrons wird im RL vernachlässigt), wobei sich gestrichene Variablen auf Größen nach dem Stoß beziehen:

Elektron	k^μ	$= (k, \vec{k}) = k(1, 0, 0, 1)$
Elektron nach Stoß	k'^μ	$= (k', \vec{k}') = k' \hat{k}'^\mu$
Neutron	p^μ	$= (E, \vec{p})$
Kern vor Stoß	h^μ	$= (M, \vec{0})$
Restkern	r^μ	$= (E_r, \vec{r})$
Inelast. Vektor	p_i^μ	$= (E_i, \vec{i})$ mit $i = \pi, \Delta$

Der Viererimpulserhaltungssatz für einen elastischen Prozeß lautet somit:

$$k + h = k' + p' + r \quad (2.20)$$

Dadurch ist die Energie des Elektrons nach dem Stoß eindeutig bestimmt, denn durch (2.20) stehen vier Gleichungen den vier unbekanntenen Größen k' , \vec{r} gegenüber. Nach Elimination von \vec{r} erhält man k' , siehe Anhang A.1. Soll noch der Impuls des Neutrons vor dem Stoß rekonstruiert werden, was zur Trennung von elastischen und inelastischen Prozessen hilfreich ist und im Vergleich mit der gemessenen Impulsverteilung als Test der Trennmethode dienen kann, so ist dies nur mit einer weiteren Näherung möglich. Dazu wird das Spektatormodell herangezogen, in dem die Streuung des Elektrons am Neutron so beschrieben wird, daß die restlichen zwei Nukleonen keinen Impulsübertrag erhalten. Dies läßt sich durch die geringe Bindung des Neutrons im ${}^3\text{He}$ (ca. 3 MeV pro Nukleon, siehe Kapitel C), besonders im Größenvergleich mit dem Impulsübertrag, begründen. Ebenso werden der Wirkungsquerschnitt in der Literatur sowie der Hadrontensor in Kapitel B.3, mit PWIA (Plane Wave Impulse Approximation) berechnet. Das bedeutet, daß das Neutron vor dem Stoß durch eine ebene, ungestörte Welle mit Impuls p^μ beschrieben wird. Dabei ist sogar die on-shell-Annahme, eventuell korrigiert durch eine effektive Nukleonenmasse, eine gute Näherung (siehe[Bla84]). Die Konsequenz dieses Modells lautet: $\vec{r}_{\text{vor}} = \vec{r} = -\vec{p}$, da der Kern vor dem Stoß in Ruhe ist. Damit läßt sich aus (2.20) mit $M = B + E + E_r$ folgende Gleichung herleiten:

$$k + p = k' + p' \quad (2.21)$$

Dies entspricht einem freien Neutron mit einem beliebigen Anfangsimpuls \vec{p} , wobei mit der Größe B die Bindungsenergie berücksichtigt wird. Hieraus läßt sich unter Elimination von \vec{p} die Elektronenergie nach dem Stoß und damit der Neutronimpuls im Kern vor dem Stoß eindeutig bestimmen, welches im Anhang A.1 durchgeführt wird, siehe Gleichung (A.2a).

Nach der Behandlung der elastischen soll nun die inelastische Streuung besprochen werden. Inelastische Streuung bedeutet, daß ein Teil der Energie des einfallenden Teilchens zur inneren Anregung des Targets führt. Z.B. ist es bei der Streuung am Atom möglich, Hüllenelektronen auf ein höheres Niveau zu heben. Die Quarks in einem Hadron können ebenfalls höhere Energiezustände besetzen, was zu einem reichen, mit ' $N^*(\text{Masse})$ ' bezeichnetem Hadronspektrum führt [PDG94]. Ihre Anregungsenergie — das leichteste angeregte Hadron $N(1440)P_{11}$ besitzt eine Masse von 1440 MeV — liegt jedoch für den Viererimpulsübertrag in diesem Experiment zu hoch. Allerdings ist

der $J = 3/2$ -Drehimpulszustand energetisch erreichbar und die Hadronen im ${}^3\text{He}$ Kern können zu Δ -Baryonen angeregt werden. Da der Streuquerschnitt in der Umgebung der Δ -Ruhemasse ansteigt, spricht man auch von einer Deltaresonanz. Weiterhin ist die Pionproduktion am Hadron ein relevanter Prozeß und führt an der Produktionsschwelle bei etwa 140 MeV ebenfalls zu einem erhöhten Wirkungsquerschnitt. Nachfolgend sind alle Prozesse dargestellt, die unter der Nebenbedingen des koinzidenten Neutronnachweises stattfinden können:

$$e p \longrightarrow e' \pi^+ n \quad (2.22a)$$

$$e n \longrightarrow e' \pi^0 n \quad (2.22b)$$

$$e p \longrightarrow e' \Delta^0 \quad (2.22c)$$

$$\qquad \qquad \qquad \hookrightarrow n \pi^0$$

$$e n \longrightarrow e' \Delta^+ \quad (2.22d)$$

$$\qquad \qquad \qquad \hookrightarrow n \pi^+$$

Mit Δ wurde dabei das $\Delta(1232)P_{33}$ -Teilchen abgekürzt, siehe auch [PDG94]. Die Erzeugung eines Teilchens nach (2.22) führt zu einem Energie- und Impulsverlust, welcher auch als „missing mass“ — gemeint ist die invariante Masse — bezeichnet wird. Verwendet man zur Rekonstruktion Gleichung (2.21), so erhält man im inelastischen Fall eine viel zu hohe Elektroenergie, welche zur Separierung dieser Ereignisse verwendet werden kann, siehe Kapitel 5.3.

3 Das Neutron

3.1 Elementare Eigenschaften und Formfaktoren

J. Chadwicks Interpretation der Experimente von I. Curie und F. Joliot 1932 über Proton–knock out, ausgelöst durch die Strahlung von Beryllium, führte zur Entdeckung der Neutronen, die dann auch in Nebelkammern nachgewiesen wurden. Weitere Untersuchungen ergaben, daß das Neutron eine verschwindende Ladung und etwa die gleiche Masse wie das Proton besitzt ($m_n = 939.56563 \text{ MeV}$). Die Messungen von Alvarez und Bloch 1940, die durch die magnetischen Momente des Protons und Deuterons motiviert wurden, zeigten, daß das Neutron ebenfalls ein magnetisches Moment besitzt. Neueste Messungen liefern den Wert $\mu_n = -1.9130428\mu_N$ in Einheiten des Kernmagnetons [PDG94].

Da sich auch herausgestellt hat, daß das Neutron halbzahligen Spin hat und somit der Fermi–Dirac–Statistik unterliegt, liefert die Dirac–Theorie die adäquate Beschreibung. Allerdings sagt die Dirac–Theorie für ein strukturloses, elektrisch neutrales Teilchen ein verschwindendes magnetisches Moment voraus. Es ist folglich notwendig, diese so zu erweitern, daß die innere Struktur eines Teilchens berücksichtigt wird. Dies geschieht durch Einführung von Formfaktoren, die der Ladungs– und Stromverteilung im Inneren entsprechen. Ersetzt man im elektrischen Nukleonenstrom $j_\mu = u^\dagger \gamma_\mu u$ den Operator durch Γ^μ , siehe Gleichung (B.8), so wird dem von einem Punktteilchen abweichenden Verhalten Rechnung getragen. Dabei beschreiben die q_μ^2 –abhängigen Formfaktoren F_1 und F_2 im Stromoperator die innere elektromagnetische Struktur des Nukleons. Im Rosenbluth–Wirkungsquerschnitt, siehe Gleichung (2.2), würden jedoch diese Faktoren auch in einem gemischten Term auftreten, welcher durch die Einführung der Sachs–Formfaktoren, auf Grund geeigneter Linearkombination, verschwindet:

$$G_E(q_\mu^2) = F_1 - \tau \kappa F_2 \quad (3.23a)$$

$$G_M(q_\mu^2) = F_2 + \kappa F_2 \quad (3.23b)$$

$$\kappa \mu_N = \mu - \mu_{\text{Dirac}} = \mu - \frac{Z\hbar}{2mc} \quad (3.23c)$$

Hierbei gibt κ , das anomale magnetische Moment, die Größe der Abweichung des magnetischen Moments von einem Dirac–Punktteilchen an, und τ , welches in (2.3) definiert wird, ist ein Maß für den Impulsübertrag. Die Bezeichnung elektrischer und magnetischer Formfaktor rührt aus den anschaulichen

Grenzwerten dieser Größen her: $G_E \rightarrow Z$, $G_M \rightarrow \mu$ für Impulsüberträge reeller Photonen, also $q_\mu^2 \rightarrow 0$. In der Dirac-Theorie existiert ein Effekt, der anschaulich als „Zitterbewegung“ bezeichnet wird und in der Quantenfeldtheorie durch ständige Emission und Absorption von virtuellen Photonen erklärt wird. So wie z.B. die Ankopplung äußerer elektromagnetischer Felder an den Dirac-Hamiltonoperator nach einer Foldy-Wouthuysen-Transformation infolge der Zitterbewegung zu einem zusätzlichen Wechselwirkungsterm, dem sogenannten Darwin-Term, führt, so verursacht eben dieser Effekt durch das anomale magnetische Moment nach (3.23c) einen direkten Beitrag zu G_E^n . Der Anteil, der nicht durch relativistische Effekte aus κ hervorgeht, wurde von L. L. Foldy [Fol58] als intrinsische Ladungsverteilung bezeichnet. Somit beschreiben die Formfaktoren G_E, G_M die effektive elektromagnetische Struktur des Nukleons so wie sie ein Streuteilchen erfährt.

3.2 Methoden zur Bestimmung von G_E^n

Hier soll kurz auf bisherige Experimente und Methoden eingegangen werden, die zur Bestimmung von G_E^n dienten. Nur im Ruhesystem des Nukleons lassen sich die Formfaktoren G_E^n und G_M^n wie im Fall der nichtrelativistischen Streuung am ruhenden Target als Fouriertransformierte der Ladungs- und Stromverteilung schreiben. Für kleine q_μ^2 konvergiert die Taylorentwicklung des Fourierintegrals rasch und man erhält in erster Ordnung:

$$G_E(q_\mu^2) = e \left(Z + \frac{1}{6} \langle \rho r^2 \rangle q_\mu^2 \right) \quad (3.24)$$

Für Neutronen ($Z = 0$) ist G_E^n im Bereich kleiner Viererimpulsüberträge, also bei Streuung mit quasireellen Photonen, allein durch den mittleren quadratischen Ladungsradius gegeben. Insbesondere steht er auf Grund obiger Taylorentwicklung in Relation mit der Steigung des Formfaktors am Nullpunkt: $dG_E/dq_\mu^2 = \langle \rho r^2 \rangle / 6$. Die Bestimmung des mittleren Ladungsradius war Ziel einiger Experimente in den 60er und 70er Jahren. Eine Methode bestand aus der Diffraktion von Neutronen an Einkristallen, welche von einer Gruppe um Yu. Alexandrov [Ale92] durchgeführt wurde. Eine andere Methode lag in der Streuung thermalisierter ($q_\mu^2 \rightarrow 0$) Neutronen aus einem Reaktor an Atomen mit verschwindendem magnetischem Hüllenmoment. Dabei ist die Neutronstreuulänge b auf Grund der kohärenten Streuung am Kern (dominant) und den Hüllenelektronen eine Summe zweier Streulängen: $b = b_N + Z F_A(\vartheta) b_{ne}$. Dabei bezeichnen b_N und b_{ne} die Streulängen, die aus der Kern- und Elektronenstreuung resultieren. Letztere stammt aus der Wechselwirkung des

Elektrons mit dem elektrischen Formfaktor des Neutrons und führt zu einer Winkelverteilung, die durch Interferenz mit der isotropen Kernstreuung eine meßbare Richtungsasymmetrie zur Folge hat. Für die Auswertung dieser Messung wird noch der Atomformfaktor $F_A(\vartheta)$ benötigt, welcher aber hinreichend gut bekannt ist. Der Zusammenhang mit dem Ladungsradius wurde durch die von E. Fermi eingeführten „Mesotrontheorie“ hergestellt, derzufolge das Neutron zu einem Bruchteil dissoziiert ($n \leftrightarrow p\pi^-$) vorliegt. Mit einem Kastenpotential als Modell ließ sich die Tiefe und Ausdehnung des Potentials bestimmen. Solche Messungen wurden mit Edelgas- und Blei- bzw. Wismuttargets durchgeführt, siehe [Mel59, Kro74, Koe75], mit einem mittleren Ergebnis von $\langle \rho r^2 \rangle = -0.12 \text{ fm}^{-2}$ für das Ladungsquadrat. Zu beachten ist hier jedoch, daß dieser Ladungsradius nicht, wie von F. Foldy [Fol58] gezeigt, die intrinsische Ladungsverteilung wiedergibt. Diese wird nur durch $F_1(q_\mu^2)$ beschrieben und ergibt sich nach Abzug des nach L. Foldy benannten Terms, welcher aus oben beschriebener Zitterbewegung stammt:

$$6 \frac{dG_E^n}{dq_\mu^2} = 6 \frac{dF_1}{dq_\mu^2} + \frac{3\kappa F_2}{2m^2} \Big|_{q_\mu^2=0} = \langle \rho r^2 \rangle_{F_1} + \langle \rho r^2 \rangle_{\text{Foldy}} \quad (3.25)$$

Leider liegen die experimentellen Werte für $\langle \rho r^2 \rangle_n$ um den des Foldyterms mit $\langle \rho r^2 \rangle_{\text{Foldy}} = -0.126 \text{ fm}^{-2}$ und führen nach Abzug desselben zu unterschiedlichen Vorzeichen der empirischen Ergebnisse, die dann sogar mit Null verträglich werden. Diese Diskrepanzen zeigten, daß weitere Messungen mit neuen Methoden nötig waren.

Quasifreie Streuung von Elektronen am Nukleon wird durch den Rosenbluth-Querschnitt (2.2) beschrieben. Es bietet sich damit eine Möglichkeit an, aus dem Wirkungsquerschnitt mit der als Rosenbluth-Separation bezeichneten Methode die Formfaktoren zu extrahieren. Wird das Verhältnis aus Rosenbluth- und Mottquerschnitt (2.1) gegen $2\tau \tan^2 \frac{\vartheta}{2}$, unter Variation des Streuwinkels ϑ und der Einschußenergie E bei gleichzeitiger Konstanz des Impulsübertragsquadrats aufgetragen, so ergibt sich eine Gerade. Dabei ist die Steigung durch G_M^2 und der Achsenabschnitt durch $(G_E^2 + G_M^2)/(1 + \tau)$ gegeben. Der magnetische Formfaktor G_M^n des Neutrons wurde damit von Bartel et al. [Bar73] bestimmt, während zum elektrischen Formfaktor keine entscheidende Aussage gemacht werden konnte. Der Grund dafür liegt darin, daß G_E^n kleiner als G_M^n ist und wegen des quadratischen Auftretens und dem Faktor τ in (2.2) gegen den magnetischen Formfaktor unterdrückt ist, und daß dadurch der statistische Fehler von G_E^n entsprechend groß wird. Erschwerend kommt noch hinzu, daß die dominante Streuung am Proton berücksichtigt werden muß.

G_E^n läßt sich auch an der Streuung von Elektronen am Deuteron extrahieren. Hierbei werden die Formfaktoren des Deuterons gemessen, wobei wegen des Anteils der D-Wellenfunktion noch ein zusätzlicher Quadrupolformfaktor eingeführt werden muß. Aus der Kernwellenfunktion und den Deuteronformfaktoren ist ein eindeutiger Zusammenhang mit G_E^n und G_M^n ableitbar. Solche Experimente wurden z.B. von S. Galster et al. [Gal71] durchgeführt und resultierten in einer Parametrisierung für G_E^n bezogen auf den elektrischen Protonformfaktor:

$$G_E^n = -p_1 \frac{\tau \kappa_N G_D}{1 + p_2 \tau} \quad (3.26)$$

Unglücklicherweise geht die Kernwellenfunktion stark in die Parametrisierung ein, und somit ist es nicht verwunderlich, wenn sich für verschiedene Kernpotentiale — zu erwähnen wären hier die Reid-soft-core-, Paris- und Argonne V14 Potentiale — differierende Parametersätze p_1, p_2 ergeben. Für G_E^n ergibt sich daraus unglücklicherweise ein Unterschied von bis zu 100% zwischen -5 und -15 fm^{-2} [Pla90].

3.3 G_E^n – Experimente mit polarisierten Elektronen

Experimente mit Polarisationsfreiheitsgrad besitzen gegenüber unpolarisierten Messungen einen großen Vorteil. Sind neben den spinpolarisierten Elektronen auch die Neutronen im Target polarisiert, oder wird die Polarisation der Rückstoßneutronen gemessen, so enthält der Wirkungsquerschnitt einen helizitätsabhängigen Term, der zur Folge hat, daß die daraus gebildete Asymmetrie in guter Näherung direkt proportional zu G_E^n ist. Geringe Fehler stammen dabei aus dem Ansatz des freien, ruhendem Neutrons und der Konstanz der Elektron- und Kernpolarisation. Der elektrische Formfaktor ist dadurch nicht wie im unpolarisiertem Querschnitt quadratisch gegenüber G_M^n unterdrückt. In der Näherung der Streuung am freien Neutron sind die beobachtbaren Asymmetrien $A_{x/y/z}$ über die Gleichungen (2.18) gegeben. Durch Messung der senkrechten Komponente A_\perp und der parallelen Komponente A_\parallel kann über die Quotientenbildung gemäß (2.19) G_E^n/G_M^n unabhängig vom Absolutwert der Target- und Strahlpolarisation bestimmt werden. Dies stellt eine wesentliche Verbesserung dar, da die Ungenauigkeit des Absolutwertes der Polarisation somit zu keinem weiteren Fehler führt. Prinzipiell hat eine relative Messung gegenüber der Absolutmessung des Wirkungsquerschnittes den Vorteil, daß sich einige systematische Fehler bzw. Abhängigkeiten herauskürzen.

Die Asymmetrien können grundsätzlich durch zwei verschiedenen Experimente bestimmt werden.

- Zum einen durch den Deuteriumaufbruch mit longitudinal polarisierten Elektronen und koinzidentem Nachweis der Neutronenrückstoßpolarisation. Dabei haben Arnold, Carlson und Gross 1981 die gleichen Ausdrücke wie in (2.18,2.19) für die Rückstoßpolarisation gefunden [Arn81]. Ein solches Experiment findet zur Zeit auch am MAMI im Rahmen der A3-Kollaboration statt, siehe [Eyl94].
- Zum anderen durch Streuexperimente von polarisierten Elektronen an polarisierten Neutronen. Theoretische Rechnungen [Bos91] haben gezeigt, daß die drei Nukleonen im ^3He sich überwiegend ($\geq 85\%$) im s -Drehimpulszustand befinden und das Neutron den Kernspin trägt, da sich in diesem Zustand die beiden Protonspins absättigen. Man findet dann $A_{\perp}/A_{\parallel} \propto G_E^n/G_M^n$, siehe Kapitel 2.2, wobei dieses Verhältnis auch noch unabhängig von der Target- und Strahlpolarisation ist.

Für die Asymmetrien und für die Messung des Formfaktors ist es also äquivalent, ob der Neutronspin vor oder nach der Streuung bekannt ist.

4 Das MAMI ${}^3\vec{\text{He}}(\vec{e}, e'n)$ – Experiment

Der Gesamtaufbau des ${}^3\vec{\text{He}}(\vec{e}, e'n)$ -Experiments ist in Abbildung 2 zu sehen. Der Elektron- und Neutronarm stehen in einem mittleren Winkel von $\vartheta_e = 43^\circ$ bzw. $\vartheta_n = 53^\circ$ zum einlaufenden Strahl, welches zu einem resultierenden Impulsübertrag¹, von $q_\mu^2 = -8.1 \pm 1.2 \text{ fm}^{-2}$ führt.

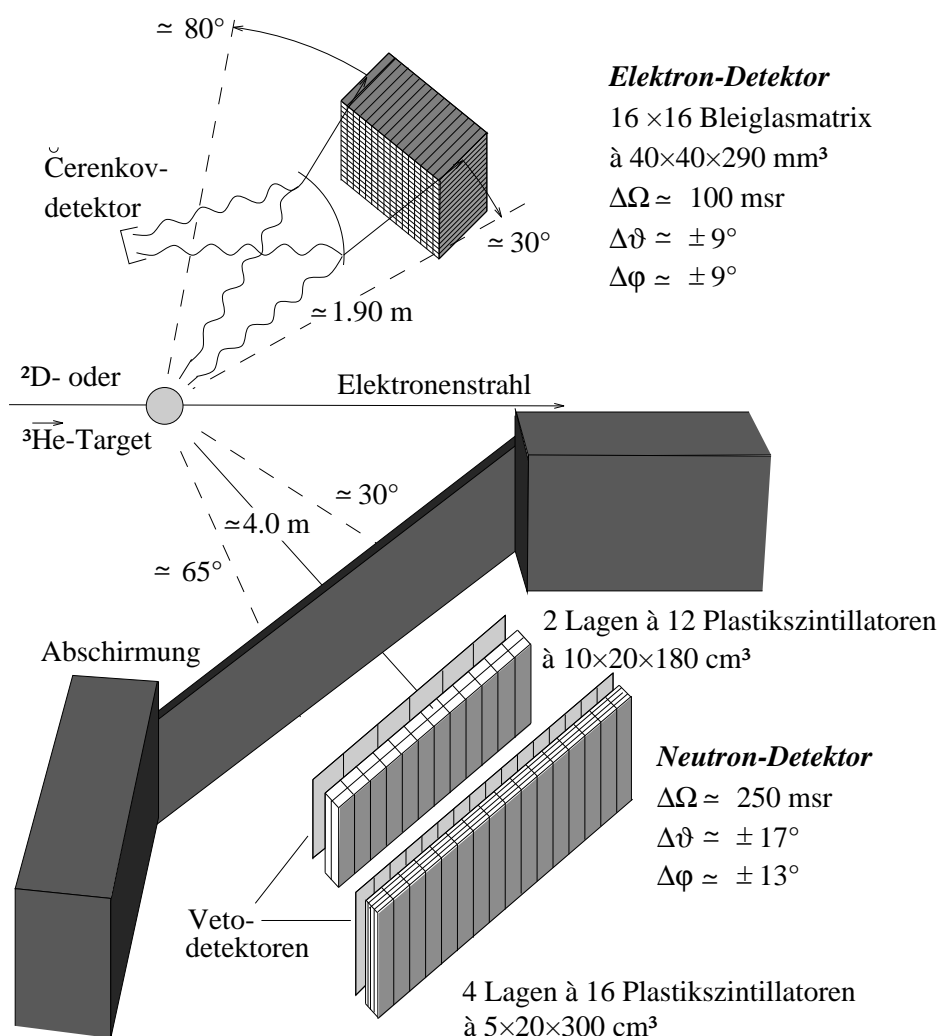


Abbildung 2: Vollständiger Aufbau für die G_E^n – Messungen [Fre94]

Der Elektron Detektor besteht aus einzelnen Bleiglas-Modulen, die in Form einer Matrix angeordnet sind, und einem in Koinzidenz betriebenen Čerenkov-Detektor, welcher die von den auslaufenden Elektronen emittierten Čerenkov-

¹siehe auch Abbildung 22 und Anhang A.1

Photonen detektiert. Letzterer ermöglicht die Abtrennung der Streuprozesse im Ein- und Austrittsfenster des ^3He -Targets sowie Unterdrückung hochenergetischer Photonen, die z.B. aus π^0 Zerfällen stammen. Die einzelnen Bleiglas-Module haben eine Stirnfläche von $4 \times 4 \text{ cm}^2$. Die Granularität wurde so fein gewählt, daß eine ausreichende Bestimmung der Richtung (ϑ_e, φ_e) des auslaufenden Elektrons möglich ist. Die Neutron-Flugzeitspektrometer stehen hinter einer 5 cm dicken Bleiabschirmung², deren Aufgabe es ist, die hohen Untergrundraten zu reduzieren und Elektronen zu absorbieren, um deren Detektion im TOF-Detektor zu verhindern. Der Nachweis geschieht in 6 Wänden hintereinander, die aus mehreren Lagen nebeneinander stehenden langen Plastikszintillatoren mit einer Dicke von 10 cm bzw. 5 cm pro Wand zusammengesetzt sind. Jeder Einzeldetektor wird an beiden Enden (oben und unten) mit Photomultipliern ausgelesen, wodurch man eine vertikale Ortsauflösung von ca. 10 cm erreichen kann. In zwei Wänden aus dünnen Plastikszintillatoren, dem sogenannten Veto-detektor, können geladene Teilchen, wie Pionen und Protonen, erkannt und abgetrennt werden. Dadurch läßt sich die Richtung (ϑ_n, φ_n) des gestreuten Neutrons sowie die Energie aus der Flugzeit bestimmen.

Für den Aufbau des Pilotexperimentes, dessen Aufsicht in Abbildung 3 zu sehen ist, wurden dieselben Detektoren eingesetzt, die auch für den Vollausbau verwendet werden sollen. Zum Nachweis der gestreuten Elektronen wurden 56 Bleiglasdetektoren unter einem mittleren Winkel von $\vartheta_e = 43^\circ$ in einer Entfernung von 1.77 m zum Target positioniert, die so einen Raumwinkel von $\Delta\Omega_e \approx 28 \text{ msr}$ überdeckten. Außerdem wurden von den TOF-Detektoren nur 14 Szintillatorbalken, die einen Raumwinkel von 85 msr bedeckten, eingesetzt. Ziel war es, die prinzipielle Durchführbarkeit dieses Experiments zu bestätigen und Erfahrung für den Vollausbau zu sammeln. Die anschließende Beschreibung der einzelnen Komponenten bezieht sich auf den Pilotversuch.

4.1 Polarisierte Quelle

Zur Erzeugung von polarisierten Elektronen werden schon seit Jahren erfolgreich GaAs Kristalle eingesetzt. Sie besitzen einen hohen Gütefaktor, der als Produkt aus der Strahlstromstärke und dem Quadrat der Polarisation definiert ist. Er ist direkt proportional zum statistischen Fehler in Polarisationsexperimenten. Man bedient sich dabei des Effekts, daß durch Photo-

²zur (p,n) Ladungskonversion in der Abschirmung siehe [Ost94]

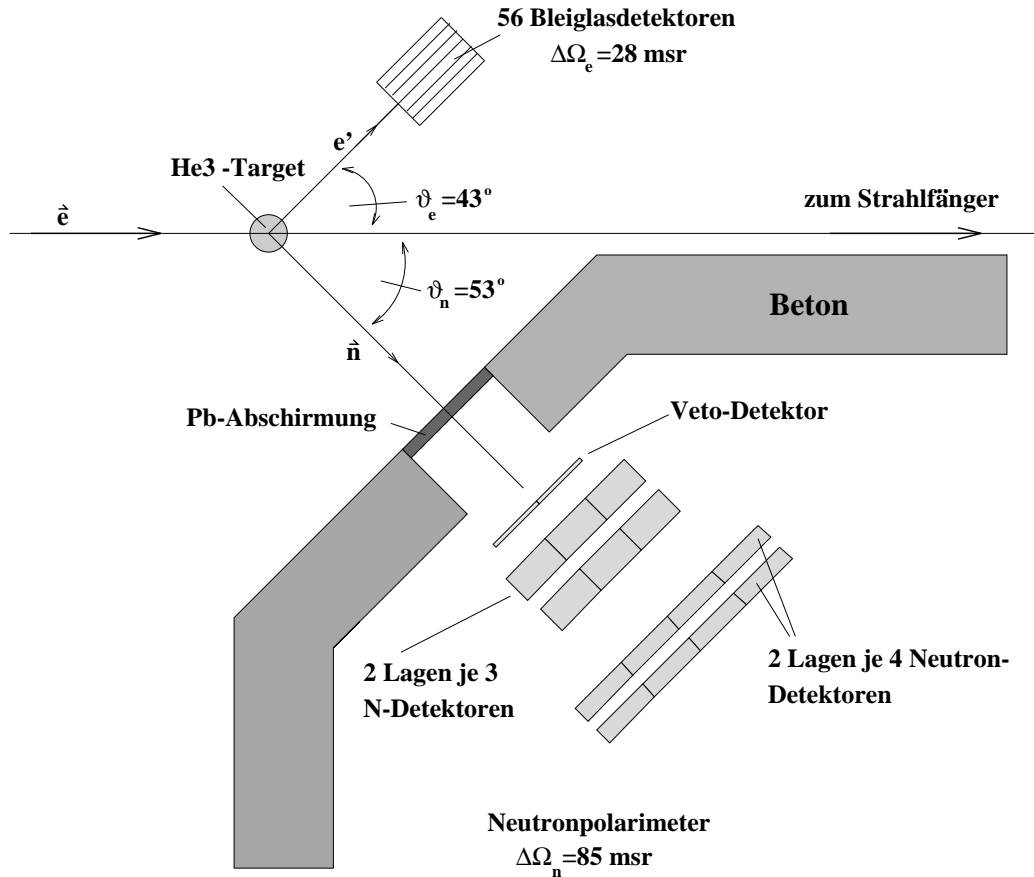


Abbildung 3: Reduzierter Aufbau des Pilotexperiments [Fre94]

absorption von zirkular polarisiertem Licht am Halbleiterkristall, auf Grund der relativen Übergangswahrscheinlichkeiten der beteiligten Niveaus und der Auswahlregel für E1 Strahlung, polarisierte Elektronen emittiert werden. In Abbildung 4 ist die Bandstruktur von GaAs am Γ -Punkt, welcher sich in der Zonenmitte der ersten Brillouinzone befindet, sowie das zugehörige Niveauschema über m_j aufgetragen, zu sehen. Dabei wird das Valenzband von GaAs in der Festkörperphysik durch heavy holes, light holes und ein als split of hole bezeichnetes Band beschrieben. Strahlt man σ^+ Laserlicht (rechts zirkular polarisiert) mit der Energie E_g von etwa 1.4 eV ein, so finden Übergänge von $|j = 3/2, -3/2\rangle \rightarrow |1/2, -1/2\rangle$ und $|j = 3/2, -1/2\rangle \rightarrow |1/2, 1/2\rangle$ infolge der Auswahlregel $\Delta m_j = \pm 1$ statt. Dabei besitzt der erste Übergang eine 3-fach höhere Wahrscheinlichkeit, so daß gilt:

$$P = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} \stackrel{\sigma^+}{=} \frac{1 - 3}{1 + 3} = -0.5 \quad (4.27)$$

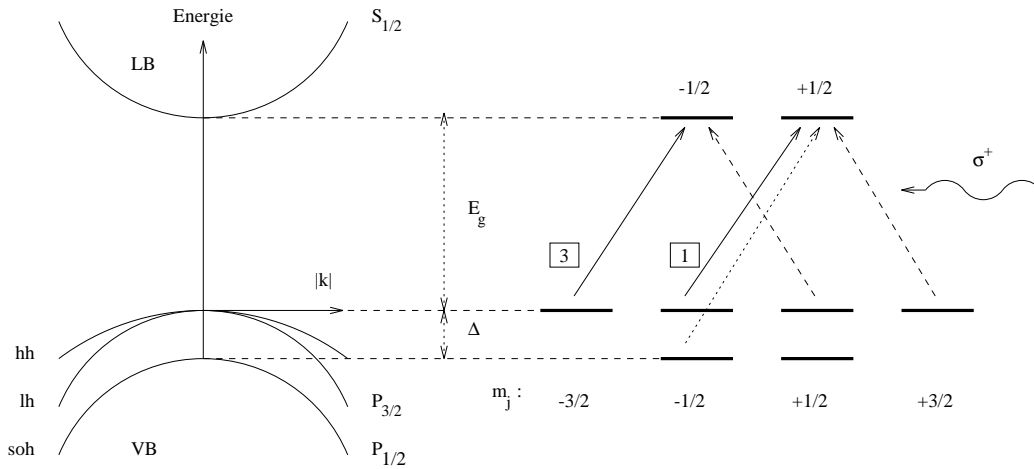


Abbildung 4: Bandstruktur von GaAs mit zugehörigen Niveaus, die nach m_j entartet sind. \boxed{n} bezeichnet die relativen Übergangswahrscheinlichkeiten, die durch σ^+ Licht (gestrichelt σ^-), der Energie E_g , induziert werden. Der punktierte Übergang findet bei der Energie $E_g + \Delta$ statt

Hierbei bezeichnen P den Polarisationsgrad und N^\pm die Besetzung des $m_{1/2} = \pm 1/2$ Zustandes. Für diese Methode muß die Laserfrequenz empfindlich auf E_g abgestimmt sein, denn bei Anregungsenergien von $E_g + \Delta$ würde die Polarisation gemäß Gleichung (4.27) verschwinden. Die Emission der Elektronen findet über zwei zusammenwirkende Mechanismen statt. Einmal durch eine p-Dotierung der Oberfläche, welche die Elektronenaffinität senkt, und zum zweiten durch Adsorption leicht polarisierbarer Metallatome (z.B. Cäsium) und Sauerstoff, die eine Dipolschicht ausbilden und somit das Tunneln ins Vakuum erleichtern. Durch diese Maßnahmen findet leider eine Depolarisation der Elektronen statt, die den theoretischen Wert von 50% nach (4.27) auf etwa 35–40% senkt.

Eine Quelle, die nach diesem Prinzip arbeitet, findet am Mainzer Mikrotron Verwendung und hat folgende Spezifikationen: der Laser wird bei 642 nm betrieben und führt zu einer Emissionsstromdichte von 70 mA/cm^2 , wobei der Durchmesser des Laserspots 0.29 mm beträgt. Der erreichte Polarisationsgrad liegt bei 35% mit einer Quanteneffizienz (Verhältnis emittierter Elektronen zu eingestrahltten Photonen) von ca. 0.8%. Leider ist die Transmission zum Target mit knapp 20% sehr gering und führt nur zu einem Targetstrom von ca. $5 \mu\text{A}$. Dies liegt daran, daß der Strahl nach dem Injektor einen Chopper durchläuft, der die Elektronen in Pakete zerhackt die in Phase zur Linac-Frequenz des RTM (Race Track Mikrotron) liegen, denn

nur diese werden beschleunigt. Eine mögliche Lösung wäre ein pre-buncher, der den Strahl vor dem Einschub in den Beschleuniger zu geeigneten Paketen (Bunchs) komprimiert. Die Dauer der Verfügbarkeit bei 50 bis 70 μA hat sich in der Praxis zu etwa 10 h ergeben. Danach muß ein neuer Laserspot auf dem Kristall gesucht werden, oder dieser gar ausgewechselt und ausgeheizt werden, was eine umständliche und zeitraubende Prozedur ist.

Neuere Entwicklungen gehen zu sogenannten „strained layer“ Kristallen, bei denen wegen mechanischer Spannungen die Entartung in der Quantenzahl m_j aufgehoben ist. Grenzflächenspannungen, die z.B. als Folge von Gitterversetzungen einer Heteroverbindung auftreten, bewirken eine energetische Verschiebung der lh- und hh-Bänder gegeneinander und ermöglichen es, mit einem speziell angepaßten Laser über Einzelbandanregungen theoretisch 100% polarisierte Elektronen zu erhalten. Allerdings sind die hier erreichbaren Quanteneffizienzen um bis zu 2 Größenordnungen niedriger.

4.2 Spinrotator und Møllerpolarimeter

Für das Experiment ist es notwendig, daß das Elektron einen klar definierten Spinorientierung besitzt. Dies wird durch einen Spinrotator, der eine beliebige Einstellung der Spinrichtung des Elektrons bei ca. 100 keV erlaubt und ein Møllerpolarimeter erreicht, welches nach der anschließenden Beschleunigung durch das RTM alle drei Raumkomponenten mißt.

Das Prinzip des Rotators beruht darauf, daß der Spin eines longitudinal polarisierten Elektrons durch Ablenkung in einem elektrischen Zylinderfeldes, in Abbildung 5 mit „Z“ bezeichnet, in erster Näherung unbeeinflusst bleibt. Dabei ändert sich selbstverständlich die Impulsrichtung, so daß der Spin senkrecht zum Impuls steht und ein anschließendes Magnetfeld entlang der Flugrichtung diesen präzedieren läßt. Wird dies wiederholt, so kann man den Spin um zwei Winkel und somit in jede beliebige Raumrichtung drehen. Der Trick besteht nun darin, daß das RTM bei konstanter Energie den Spin des Elektrons definiert dreht, und daß die folgende Messung durch das Møllerpolarimeter mit Rückkopplung zum Spinrotator die für das Experiment benötigte Einstellung des Spins ermöglicht. Diese Anordnung ist in Abbildung 6 schematisch dargestellt. Das Møllerpolarimeter ist so dimensioniert, daß es im gesamten Energiebereich des Beschleunigers von 180 bis 855 MeV einsetzbar ist.

Der Effekt, welcher für das Polarimeter ausgenutzt wird, beruht auf der

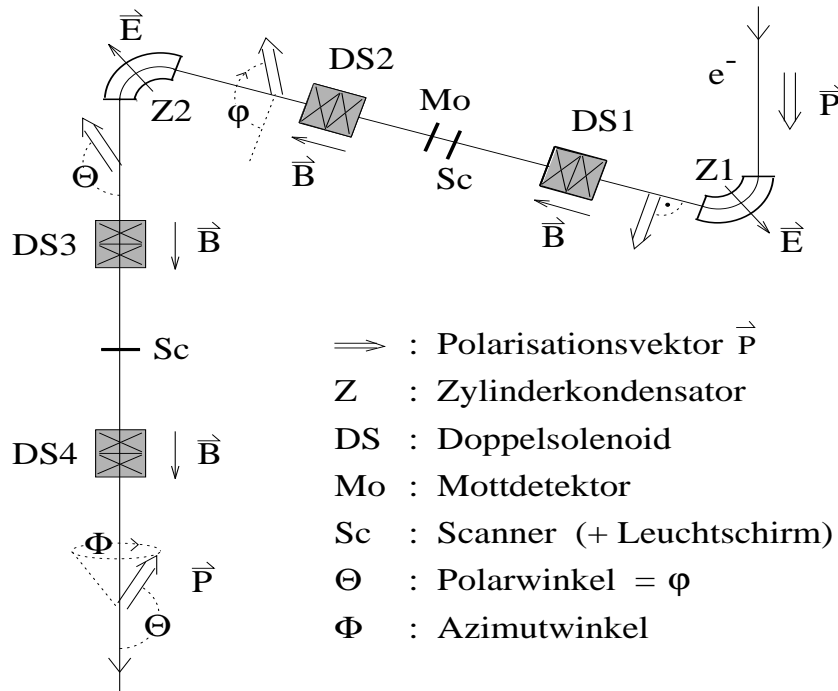


Abbildung 5: Spinrotator für definierte Elektronenpolarisation. Der elektrostatische Ablenkwinkel beträgt mehr als 90° , da infolge der Lorentztransformation im Intertialsystem des Elektrons auch ein Magnetfeld, welches auf den Spin wirkt, herrscht [Fre94]

Spin-Spin-Wechselwirkung zwischen zwei polarisierten Elektronen, die als Møllerstreuung bezeichnet wird. Dabei werden die Strahlelektronen an den Elektronen magnetisierter FeCo-Folien gestreut und treten danach, bei einem Streuwinkel von 90° im CM-System, symmetrisch zur Strahlachse mit jeweils der halben Primärenergie aus. Beide Elektronen werden koinzident in Bleiglas-Čerenkov-Detektoren nachgewiesen. Die Größe der Strahlpolarisation kann aus der gemessenen Asymmetrie im Wirkungsquerschnitt bezüglich der Umkehr der Strahl- bzw. Targetpolarisation ermittelt werden.

4.3 Der Bleiglas – Detektor

Wie aus Anhang A.1 ersichtlich, ist es zur vollständigen kinematischen Beschreibung des Endzustandes erforderlich, sechs Größen zu bestimmen. Darunter fallen auch die Winkel des auslaufenden Elektrons. Üblicherweise würde man für diese Aufgabe ein Magnetspektrometer verwenden, da dieses eine hervorragende Winkel- und Impulsaufösung besitzt. Allerdings wäre

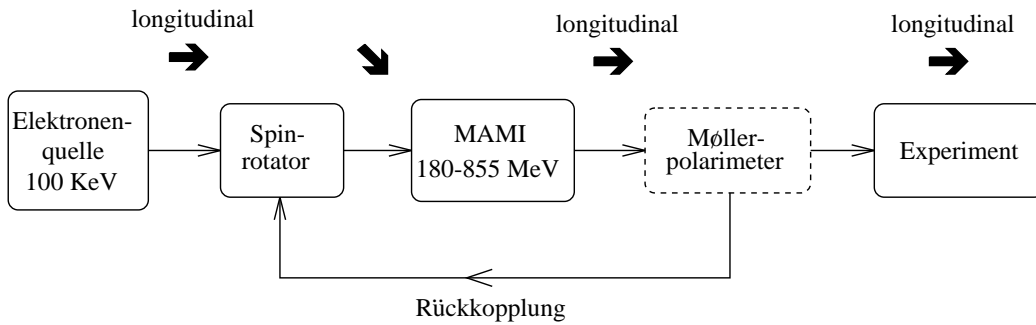


Abbildung 6: *Schema der Strahlführung mit polarisierten Elektronen. Das Polarimeter wird nur zur Einstellung des Spins verwendet und ist während der Messung inaktiv, um den Strahl zum Experiment nicht zu stören [Fre94]*

damit die hier geforderte hohe Winkelakzeptanz $\Delta\vartheta \approx 19^\circ$ nicht erreichbar. Außerdem würden externe Magnetfelder die Polarisation empfindlich stören. Als weitere Alternative bieten sich NaJ- oder Plastikszintillatoren an, die jedoch empfindlich auf den niederenergetischen Untergrund sind. Im Gegensatz dazu läßt sich der Untergrund in Bleiglas-Detektoren gut abseparieren. Um nun eine gute Winkelauflösung zu erhalten, muß eine geeignete Segmentierung gefunden werden.

Der Bleiglas-Detektor fungiert als Schauerkalorimeter, in dem durch Photomultiplier das Čerenkov-Licht geladener Teilchen registriert wird. Hochenergetische Elektronen erleiden in Materie auf verschiedene Arten Energieverluste, z.B. durch Paarerzeugung, Bremsstrahlung, Comptonstreuung und Čerenkov-Effekt. Die Paarerzeugung von Bremsstrahlungsphotonen des einfallenden Elektrons führt zu einer Schauerentwicklung, die sich gut durch zwei Größen, die Strahlungslänge x_0 und den Molière-Radius R_M , beschreiben läßt. Dabei ist die Strahlungslänge so definiert, daß nach ihrer Durchquerung die Energie des Elektrons auf e^{-1} abgefallen ist. In diesen Einheiten liegt das Schauermaximum bei 3–4 und das „Ende“ bei etwa 10–12 Strahlungslängen. Aus diesem Grunde ist der Bleiglasdetektor auf 30 cm Länge dimensioniert, da für das verwendete Glas $x_0 = 2.55$ cm gilt [Fre94]. Der Molière-Radius ist ein Maß für die transversale Schauerentwicklung, und nach [Kle87] folgt in guter Näherung, daß sich die transversale Ausbreitung des Schauers auf $3R_M$, hier ≈ 10 cm, beschränkt.

Das Design und die Optimierung der Matrix wurde durch Monte-Carlo-Simulation der statistischen Schauerentwicklung, welche oben phänomenologisch skizziert ist, mit Hilfe des Programmpakets GEANT [GEANT, Eyl94] gefunden. Als Ergebnis wurde ein versetzter Aufbau dem senkrecht gesta-

pelten vorgezogen, da dieser für Treffer in Modulmitte eine höhere Ortsauflösung besitzt. Außerdem ergab sich mit 4 cm Kantenlänge ein optimaler Kompromiß zwischen Aufwand, Ortsauflösung und Anpassung an die Dimensionen eines geeigneten Photomultipliers. Die Tiefe der Module wurde aus der „Länge“ des Schauers (s.o.) zu 29 cm bestimmt, denn um die Funktion eines Kalorimeters zu erfüllen, muß sichergestellt sein, daß die gesamte elektromagnetische Energie im Detektor deponiert wird. Trotzdem beträgt die Energieauflösung nur etwa $\delta E = \frac{15\%}{\sqrt{E}} + 4\% \approx 16\%$ in dem im Experiment auftretenden Energiebereich, der gerade hinreichend ist, um die quasielastischen Ereignisse von den inelastischen zu trennen.

Der zeitbestimmende Trigger wurde von dem Bleiglas-Modul gestartet, welches auf Grund der größten Signalamplitude, also der größten Energiedeposition, die Diskriminatorschwelle zuerst überschreitet. Dies führt zu Zeitverschiebungen, wodurch sich Flugzeiten auf der TOF-Seite nicht ohne weiteres vergleichen lassen, was bei der Auswertung beachtet werden muß.

4.4 Der TOF – Detektor

Der Nachweis von Neutronen findet mit Hilfe eines hochauflösenden Flugzeitspektrometers (Time of Flight = TOF) statt, welches so dimensioniert ist, daß es den Winkelbereich der herausgeschlagenen Neutronen entsprechend dem Phasenraum der Elektronen erfaßt. In einer Szintillatordicke von 10 cm werden die Neutronen mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 10% nachgewiesen. Somit werden etwa ein Drittel aller Neutronen durch den Aufbau von 4 Wänden hintereinander detektiert. Geladene Teilchen werden in einer 1 cm dicken Veto-Szintillatorschicht, die vor dem TOF liegt, erkannt und können diskriminiert werden. Dies geschah im Pilotexperiment noch offline, also per Software mit den aufgenommenen Daten, wird aber für das Produktionsexperiment durch einen entsprechend erweiterten Hardwaretrigger pro Ereignis getestet.

Die Neutrontektoren sind hinter einer 1 m starken Betonabschirmung zur Strahlführung und einer 5 cm starken Bleiabschirmung zum Target hin aufgebaut. Die Öffnung in der Betonabschirmung betrug $57 \times 165 \text{ cm}^2$ und befand sich in einer Entfernung von 2.5 m zum Target unter einem mittleren Winkel von $\vartheta_n = 53^\circ$. So war es möglich, mit den TOFs einen Raumwinkel von $\Delta\Omega_n \approx 14 \text{ msr}$ ($\Delta\vartheta_n \approx \pm 3.5^\circ$, $\Delta\varphi_n \approx \pm 4.5^\circ$) zu erfassen.

An beiden Enden eines Szintillatorbalkens befinden sich Photomultiplier, de-

ren Signale mit jeweils einem QDC und TDC auf Amplitude und Zeitverhalten ausgewertet werden. Dadurch wird erreicht, daß sowohl Zeitpunkt als auch Ort des Einschlags rekonstruiert werden können. Zur Amplitudenbestimmung kamen jedoch keine Constant Fraction Discriminators (CFD), die amplitudenunabhängig arbeiten, zum Einsatz, sondern leading edge Diskriminatoren, bei denen wegen der Abhängigkeit der Zeitbestimmung von der Signalamplitude eine „Walk“-Korrektur nötig ist, siehe Kapitel 5.

4.5 Das ${}^3\vec{\text{He}}$ – Target

Um Atome zu polarisieren wird die Tatsache ausgenutzt, daß sich Spins im äußeren Magnetfeld so ausrichten, daß ihre potentielle Energie $-\vec{\mu}\vec{B}$ ein Minimum annimmt, sie sich also parallel zum \vec{B} -Feld ausrichten. Allerdings wirkt das Bestreben eines Systems, im thermodynamischen Gleichgewicht zu bleiben, einer vollständigen Polarisation entgegen, denn das Verhältnis der Besetzungszahlen ist dann durch den Boltzmannfaktor $\exp(-\Delta E/kT)$ gegeben. Dabei ist $\Delta E = 2\mu B$ die Energiedifferenz der beteiligten Niveaus, hier also zwischen den Zuständen ‘Spin up’ und ‘Spin down’. Da das Kernmagneton μ_N rund 660 mal kleiner ist als das Bohrsche Magneton μ_B , ist die Feldstärke zur Erzeugung einer signifikanten Polarisation zu hoch bzw. die erforderliche Temperatur zu niedrig, um dies zur Zeit technisch realisieren zu können. Deswegen muß ein anderer Weg gewählt werden, welcher schematisch durch den Aufbau des Targets, siehe Abbildung 7, dargestellt ist.

Durch den niedrigen Druck von 100 Pa kann in der optischen Pumpzelle eine Gasentladung gezündet werden, die zur Folge hat, daß sich ein Teil der Atome im metastabilen 2^3S_1 Zustand befindet. Die lange Lebensdauer dieser Atome resultiert aus einer starken Unterdrückung der Strahlungsübergänge vom Triplett- ins Singulett-System, welche auch als Interkombinationsverbot bezeichnet wird. Durch Einstrahlung von zirkular polarisiertem Laserlicht der Wellenlänge $\lambda = 1083$ nm werden Übergänge in das Hyperfeinniveau 3P_0 angeregt. Dabei finden bei σ^+ Licht wegen $\Delta m_F = +1$ nur Übergänge von $2^3S_1(m_F = -3/2)$ nach $2^3P_0(-1/2)$ bzw. $m_F = -1/2$ nach $+1/2$ statt. Wegen des niedrigen Druckes in der optischen Pumpzelle findet die spontane Abregung — die Lebensdauer ist wesentlich kleiner als die mittlere Zeit zwischen Stößen — nach 3S_1 auf die vier m_F -Zustände gleichverteilt statt, wodurch im statistischen Mittel die negativen m_F -Zustände unterbesetzt werden. Durch sogenannte metastabile Austauschstöße kann ein kernpolarisiertes Atom im

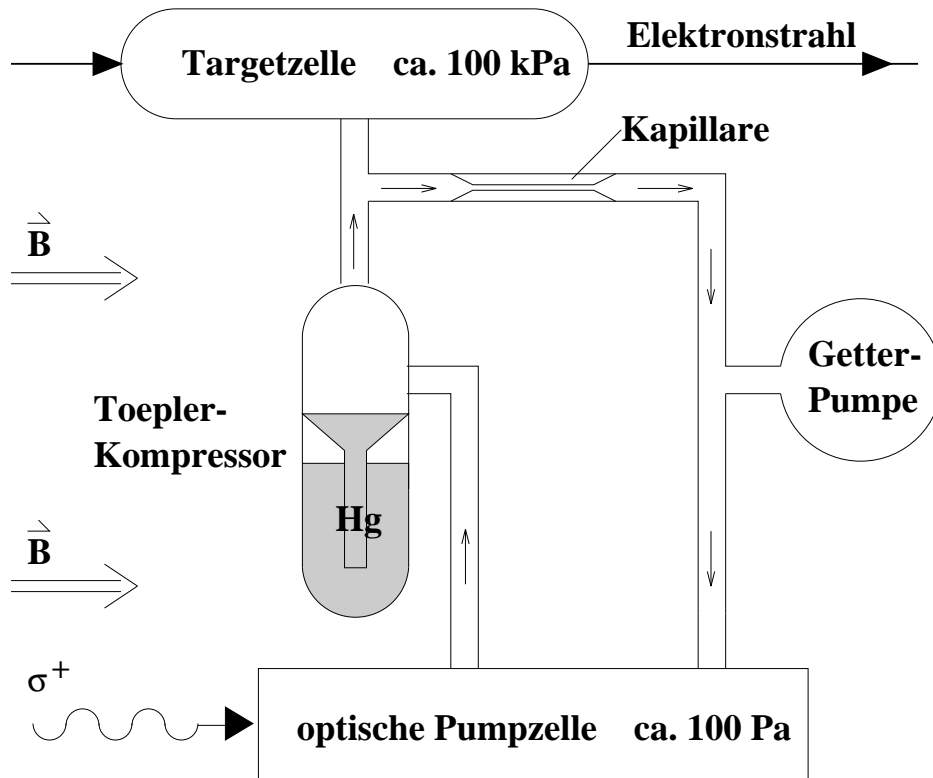
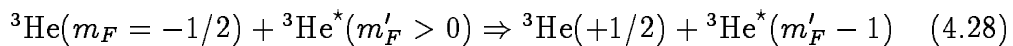


Abbildung 7: Schema der Erzeugung von polarisiertem ^3He im Target [Eyl94]

Zustand 3S_1 seine Polarisation an ein ^3He -Atom im Grundzustand übertragen. Dabei ändert sich die Quantenzahl m_F der stoßenden Atome um 1, und infolge der ungleichen m_F -Verteilung der angeregten metastabilen Atome ($^3\text{He}^*$) findet vorwiegend folgender Prozeß statt:



Somit werden im Endeffekt kernspinpolarisierte $^3\text{He}(+1/2)$ -Atome im Grundzustand angereichert. Da durch den Elektronenstrahl und Wandstöße Relaxation eintritt, wird ständig durch die Toeplerpumpe frisch polarisiertes Gas in die Targetzelle gepumpt und das rückströmende Gas gelangt wieder in die optische Pumpzelle, wo dessen Polarisationsgrad wieder erhöht wird. Außerdem wird durch die Kompression auf einen Druck von 100 kPa in der Targetzelle die notwendige Massenbelegung erreicht. Es wurden schon Polarisationsgrade zwischen 60% und 70% erreicht, siehe [Hei94, Eck92], obwohl im Experiment, wegen Depolarisation durch den Elektronenstrahl und Verunreinigungen im laufenden Betrieb, nur eine Polarisation von 35-40% in der Targetzelle vorlag.

4.6 Der Čerenkov – Detektor

Um die Zählraten des Bleiglas–Detektors zu reduzieren, wurde ein sogenannter fokussierender Čerenkov–Detektor eingesetzt. Das Čerenkov–Licht, das von den Elektronen emittiert wird, die im Target eine Streuung erfahren, wird durch einen Parabolspiegel auf einen Photomultiplier fokussiert. Beim Durchgang des Strahls durch die Glaswandung wird ebenfalls ein Bruchteil der Elektronen in den Bleiglas–Detektor gestreut. Das auf dem Weg zum Bleiglas–Detektor emittierte Čerenkov–Licht dieser Elektronen hat infolge der geometrischen Anordnung des Spiegels seinen Fokus außerhalb des Photomultipliers. Der Trigger ist so aufgebaut, daß nur Ereignisse zur rechnergestützten Datennahme gelangen, bei denen mindestens ein Bleiglas–Modul und ein TOF–Szintillator sowie der Čerenkov–Detektor angesprochen haben und der Vetodetektor kein Signal (neutrales Teilchen) liefert. Dadurch konnten die Totzeit reduziert und die Raten durch unerwünschte Ereignisse stark unterdrückt werden, so daß diese nicht mehr offline absepariert werden müssen.

Da im Bleiglas–Detektor und dem im Experiment als Čerenkov bezeichneten Detektor (siehe Abbildung 2) Čerenkov–Licht zur Detektion verwendet wurde, soll hier kurz und phänomenologisch auf seine Entstehung eingegangen werden. Betrachtet wird im Folgenden die Wechselwirkung eines geladenen Teilchens mit einem dielektrischen Medium mit der Dielektrizitätskonstante ϵ . Im Vergleich zur Dispersionsrelation für ein reelles Photon im Vakuum, wo $\omega = |\vec{k}|$ gilt ($c = 1$), muß die effektive, durch den Brechungsindex n reduzierte Lichtgeschwindigkeit $c' = 1/n = 1/\sqrt{\epsilon}$ im Medium berücksichtigt werden:

$$\omega = |\vec{k}|n =: kn \quad (4.29)$$

Deswegen ist der Energie–Impulsvektor des Photons im Medium, siehe Abbildung 8, folgendermaßen darstellbar: $k^\mu = \hbar(\omega, \vec{k}) = \hbar(kn, \vec{k})$. Der Energie–Impulserhaltungssatz liefert damit:

$$n \left(1 - \frac{\hbar kn}{2E} \right) = \frac{p \cos \vartheta}{2E} - \frac{\hbar k}{2E} \quad (4.30)$$

Da Čerenkov–Photonen wenig Energie besitzen — die Wellenlänge des Emissionsmaximum liegt im sichtbaren Blau — ist $\hbar k \ll E$, und somit können Terme proportional k vernachlässigt werden. Außerdem ergibt sich, daß der Winkel ϑ zwischen emittiertem Photon und auslaufendem Elektron näherungsweise identisch ist mit dem Winkel bezüglich des einlaufenden Elek-

trons, da dieses seinen Anfangsimpuls kaum ändert. Somit folgt für den Winkel des Čerenkov-Kegels die Relation:

$$\frac{n}{\beta} = \cos \vartheta \quad \text{mit } \beta = \frac{p}{E} \quad (4.31)$$

Die Interpretation dieser Beziehung lautet, daß für $n/\beta > 1$, also für Teilchen, deren Geschwindigkeit größer als die Lichtgeschwindigkeit im Medium ist, der Prozeß nach Abbildung 8 abläuft.

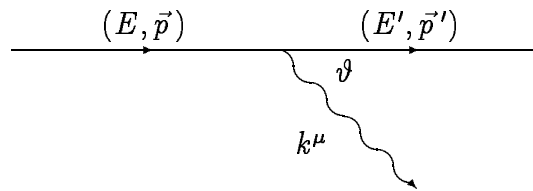


Abbildung 8: *Kinematik der Emission eines Čerenkov-Photons mit der Näherung $\hbar k \ll E$*

Detailliertere Rechnungen, siehe [Mik72], lösen die Maxwellgleichungen einer bewegten Punktladung im polarisierbaren Medium und bestimmen den Poyntingvektor, der die Energiestromdichte angibt und, dividiert durch $\hbar\omega$, ein Maß für die Anzahl der abgestrahlten Photonen ist. Es folgt, daß die Zahl der Photonen näherungsweise proportional zur Einschußenergie des Elektrons ist und somit das Photomultiplier-signal eines Bleiglasdetektors ebenfalls eine zur Energie proportionale Größe darstellt.

5 Auswertung

Die folgende Auswertung stützt sich auf die Daten des Pilotexperiments, in welchem in einem Run von ca. 100 h Dauer $1.6 \cdot 10^6$ Ereignisse aufgezeichnet wurden. Davon sind jedoch etwa ein Drittel Protonen- und ein Drittel inelastische Ereignisse. Somit ist trotz der geringen Anzahl an Ereignissen die Statistik ausreichend um die prinzipielle Durchführbarkeit zu zeigen.

5.1 Elektronarm

5.1.1 Pulshöhenkalibrierung

Um die Elektronenergie k' nach dem Stoß zu erhalten, müssen die einzelnen Bleiglas-QDC-Werte aufsummiert werden. Dabei kann prinzipiell auf zwei Arten vorgegangen werden: man bestimmt für jedes Modul einen individuellen Energie-Kalibrierungsfaktor und erhält somit als Summe über die Einzelenergien die Gesamtenergie, oder die Module werden erst untereinander mit einem relativen Faktor p_i korrigiert und anschließend noch mit einem gemeinsamen Kalibrierungsfaktor f_E multipliziert. Gewählt wurde hier letzteres, da sich der elektromagnetische Schauer fast immer auf mehrere Module verteilt und sich im Einzelspektrum kein „Single-hit“ Peak bildet, den man zur Kalibrierung heranziehen könnte. Hingegen ist im Summenspektrum klar der quasi- und inelastische Peak erkennbar, siehe Abbildung 9 und 10. Somit wurden die Bleiglasspektren mit Gleichung (5.32) korrigiert und die Energie berechnet, wobei zu berücksichtigen ist, daß sie auf Grund der schlechten Energieauflösung fehlerbehaftet ist.

$$\text{QDC}_i^{\text{korrr}} = p_i \frac{k'(\vartheta_i^e)}{\bar{k}'} \text{QDC}_i \quad (5.32a)$$

$$k' = f_E \sum_{\text{Module}} \text{QDC}_i^{\text{korrr}} \quad (5.32b)$$

Dabei ist $\bar{k}' = k'(\bar{\vartheta}_e)$ die auf den mittleren Streuwinkel bezogene Elektronenergie, die sich bei freier Kinematik und ruhendem Target, siehe Gleichung (A.3), ergibt. Da die Photomultiplier verschiedene Verstärkungen besitzen, die sich bis zu einem Faktor 2 (trotz Kalibration mit kosmischer Strahlung, siehe [Eyl94]) unterscheiden, wurde nach der Winkelkorrektur der quasielastische Peak der Einzelspektren durch den Faktor p_i auf den gleichen Wert, hier wurde willkürlich Kanal 400 gewählt, normiert. Die Bestimmung

von f_E fand durch einen Vergleich des Peaks im Summenspektrum mit den berechneten Elektronen-Energien statt.

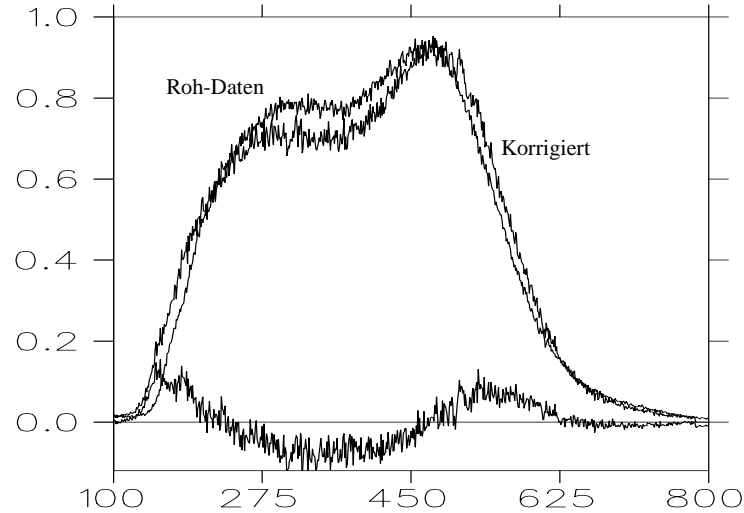


Abbildung 9: *Bleiglas-Summenspektren vor und nach Korrekturen gemäß Gleichung (5.32), sowie die Differenz aufgetragen über der Elektronenergie in MeV. Zum Vergleich wurde der Shift des Peaks auf Kanal 400, siehe Text, wieder rückgängig gemacht*

5.1.2 Fehler der Ortsmessung und Leakage

Schlägt ein Elektron in ein Modul ein, so entsteht ein elektromagnetischer Schauer, der durch den Molière-Radius und die Schauerlänge charakterisiert ist. Entscheidend für die unten beschriebene Ortsrekonstruktion ist die Verteilung des Schauers auf die Nachbarmodule. Eine entsprechende Monte-Carlo-Simulation optimierte die Spezifikationen der Module. In Abbildung 10 ist die experimentell ermittelte Leakage, also die durch Schauerentwicklung resultierende Energiedeposition in die Nachbarmodule, dargestellt. Um die Position des Elektrons durch Auswertung der Leakage genauer als auf die Modulbreite rekonstruieren zu können, ist es wichtig zu wissen, wie viele Nachbarmodule ansprechen und mit welcher Wichtung die Energie verteilt wird. Die Energieverteilung sollte zur Steigerung der Ortsauflösung durch Rekonstruktion weder zu lokal noch zu stark delokalisiert sein, da sonst die unten beschriebene Methode versagt. Simulationsrechnungen und Messungen, die in [Eyl94] durchgeführt wurden, haben gezeigt, daß die Ortsauflösung damit auf etwa 8 mm gesteigert werden kann. Dabei besteht

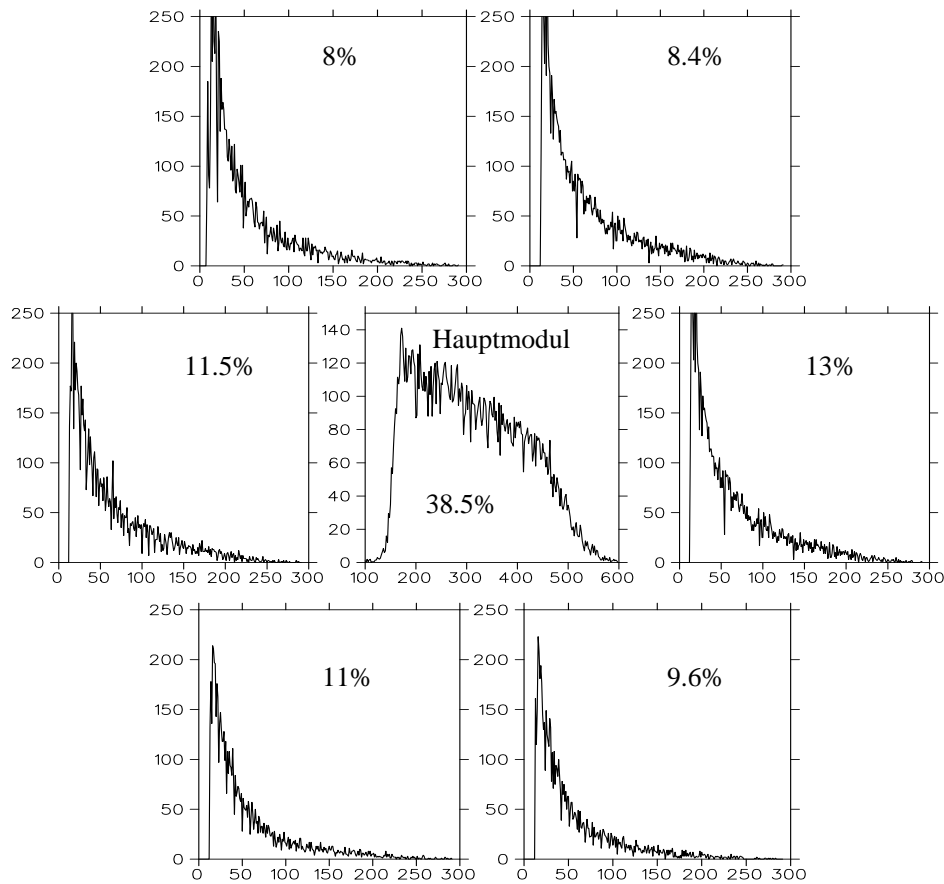


Abbildung 10: Verteilungen der Energiedepositionen bzw. der nach (5.32) korrigierten QDC Werte um das Bleiglas-Hauptmodul in Kanälen. Dabei wurden die Spektren so angeordnet, wie es ihrer Position in der Matrix entsprach

eine gute Übereinstimmung mit der simulierten Verteilung aus [Eyl94] und der experimentell bestimmten in Abbildung 10. Betrachtet man die Module, die den zweiten „Kreis“ um den Hauptmodul bilden, so stellt sich heraus, daß in diesen etwa 10% der gesamten Energie deponiert wird. Im Gegensatz dazu besitzen die Module des dritten Kreises, außer durch zufällige Koinzidenzen, praktisch keine Einträge in den Spektren. Dieser experimentelle Befund deckt sich gut mit dem berechneten Molière-Radius und muß bei der Ortsrekonstruktion berücksichtigt werden.

5.1.3 Rekonstruktion des Trefferortes

Um den Elektronenstreuwinkel aus den Bleiglas-QDC Daten zu extrahieren, könnte man z.B. den Ort des Moduls verwenden, welcher durch die größte deponierte Energie, also den größten QDC-Eintrag (im Folgenden als Hauptmodul bezeichnet), charakterisiert ist. Dadurch würde allerdings nur eine Ortsauflösung von 4 cm, der Kantenlänge eines Moduls, erreicht. Um diese zu steigern, bietet sich die Methode an, den energiegewichteten Schwerpunkt der Modulorte zu bilden. Dabei muß beachtet werden, daß nur über die Module summiert wird, die sich im Abstand von höchstens drei Molière-Radien befinden:

$$\vec{x}_e = \sum_{\leq 3R_M} \text{QDC}_i^{\text{kor}} \vec{x}_i / \sum_{\leq 3R_M} \text{QDC}_i^{\text{kor}} \quad (5.33)$$

Damit wird weitgehend vermieden, daß der Trefferort des Elektrons nicht durch Module, die wegen der Untergrundstrahlung gefeuert haben, verfälscht wird. Die daraus resultierende, auf den Hauptmodul abgebildete Ortsverteilung ist in Abbildung 11 zu sehen. Ereignisse, bei denen nur ein Detektor angesprochen hat („single hit“) sind in der Abbildung ausgenommen, da diese lediglich einen uninteressanten δ -artigen Peak bei Null produzieren und die Skala der Darstellung verfälschen würden. Die Häufung zum Modulzentrum erklärt sich durch Ereignisse, bei denen ein Großteil der Energie im Hauptmodul deponiert wurde und nur wenige Nachbarmodule angesprochen haben. Der Einbruch im Zentrum resultiert aus der geringen Wahrscheinlichkeit, daß noch ein verschwindender Energieanteil in nur einem einzigen Nachbarmodul detektiert wurde. Dies ist allerdings ein Effekt der Rekonstruktionsmethode und hat keine physikalischen Gründe. Ein Vergleich mit einer homogenen Verteilung liefert eine Ortseichkurve, die den nach Gleichung (5.33) berechneten Ort so abbildet, daß sich eine Gleichverteilung ergibt. Sowohl die aus der Verteilung der rekonstruierten Orte ermittelte Ortseichkurve, als auch eine, die durch eine einfache Monte-Carlo-Simulation ermittelt wurde, sind qualitativ identisch und in Abbildung 11 dargestellt. Dabei differieren sie leicht auf Grund des versetzten Aufbaus, da dieser asymmetrisch bezüglich x und y ist.

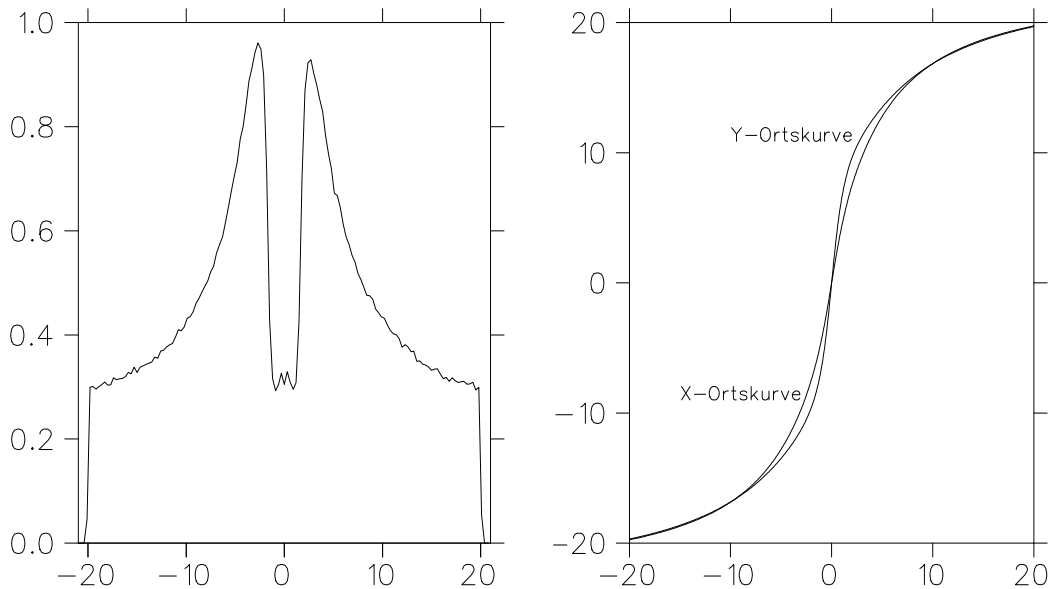


Abbildung 11: Links ist die Ortsverteilung auf dem Hauptmodul nach der Rekonstruktion dargestellt und rechts die Ortseichkurve in mm, die dann eine homogene Verteilung liefert

5.2 Neutronarm

5.2.1 Energierekonstruktion

Wenn bekannt ist, welches Teilchen im TOF-Szintillator detektiert wurde (insbesondere welche Masse es besitzt), kann seine Energie mit relativistischen Relationen aus der gemessenen Geschwindigkeit bestimmt werden. Zur Ermittlung der Geschwindigkeit müssen natürlich die Flugstrecke zwischen Target und Einschlagort (s.u.) und die Flugzeit (TOF) bekannt sein. Letztere erhält man, bis auf eine additive Konstante, durch die Lichtlaufzeit im Balken aus dem Mittelwert der Zeitwerte beider TDCs.

In Abbildung 12 wurde die Verteilung des als „TMean“ bezeichneten Mittelwertes aufgetragen, wobei zwei Peaks erkennbar sind, die von den Neutronen bzw. von relativistischen Teilchen stammen. Der relativistische Peak liegt zeitlich früher und hier bei höheren Kanälen, da ein „single start and common stop“ Betrieb Verwendung fand. Durch den Peak der relativistischen Teilchen ist nun eine absolute Zeitmessung möglich, da deren Ankunftszeit aus der Tatsache, daß sich diese Teilchen mit Lichtgeschwindigkeit bewegt haben, berechnet werden kann. Bevor jedoch alle Neutronereignisse in ein gemeinsames Flugzeitspektrum einsortierbar sind, muß noch der Abgleich

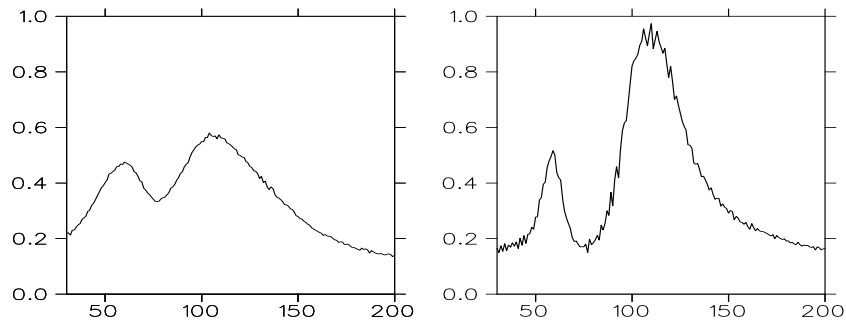


Abbildung 12: *Flugzeitspektrum aller TOF-Szintillatoren ohne Korrekturen. Deutlich sind der Neutronpeak und der relativistische Peak zu sehen. Rechts das gleiche Spektrum nach allen Korrekturen*

der Bleiglas-TDCs vorgenommen werden, da diese für den Trigger verantwortlich sind und untereinander natürlich differieren. Durch die getrennte Erzeugung von Flugzeitspektren für jedes einzelne triggerbestimmende Modul läßt sich die relative Verschiebung des relativistischen Peaks auswerten und kann nun bei der Neutron-Flugzeitbestimmung berücksichtigt werden. Es ist allerdings noch ein weiterer Effekt zu korrigieren, der in Kapitel 4 schon angesprochen wurde und als „Walk“ des TDC Wertes bezeichnet wird. Die Anstiegsflanke eines Photomultipliersignals steigt in guter Näherung quadratisch an, um dann zu einem von der Amplitude unabhängigen Zeitpunkt t_m , auch als risetime bezeichnet, das Maximum zu erreichen, siehe Abbildung 13. Dies hat allerdings zur Folge, daß die Diskriminatorschwelle u_0 zu verschiedenen Zeiten erreicht wird.

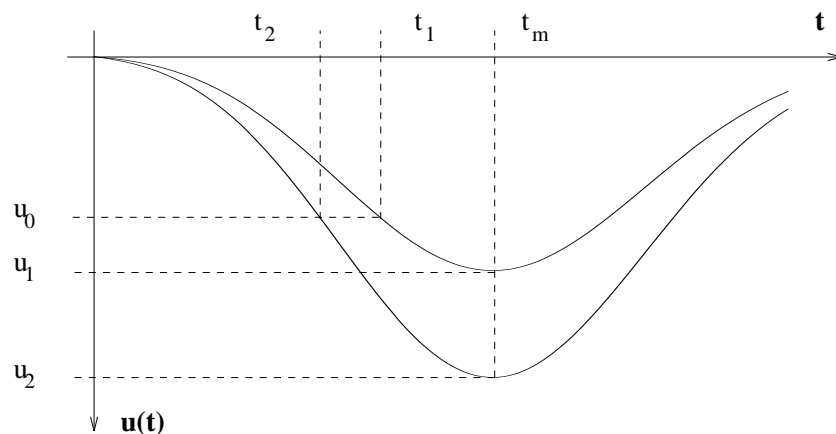


Abbildung 13: *Walk als Folge unterschiedlicher Anstiegsflanken des Photomultipliersignals für verschiedene Signalmaxima u_1, u_2*

Mit dem quadratischen Ansatz $u(t) = -mt^2$, wobei die Krümmung m alleine

von t_m abhängt, für die Signalflanke läßt sich sofort die Zeitverschiebung (Walk) herleiten:

$$t_0(m) = t_m \sqrt{u_0/u} \quad (5.34)$$

Trägt man also den TDC-Wert eines Photomultipliers gegen den QDC-Wert nur für Ereignisse mit bestimmter Flugzeit (TMean ist in erster Näherung unabhängig vom Walk) auf, so wird diese Kurve durch $t = \text{const} - t_0(m)$ beschrieben und ist zur Verdeutlichung in Abbildung 15 auf Seite 37 dargestellt. Durch einen Fit läßt sich der Parameter $\sqrt{a_0 r^2}$ bestimmen, wobei a_0 der Diskriminatorschwelle u_0 und r der risetime t_m in Kanälen entsprechen. Erleichtert wird diese Methode, wenn, wie hier durchgeführt, Spektren erzeugt werden, in denen TDC über $1/\sqrt{\text{QDC}}$ aufgetragen wird, denn dann ergibt sich eine Gerade, deren Steigung dem Fitparameters $\sqrt{a_0 r^2}$ entspricht. Nun läßt sich der Walk aus den Daten eliminieren und man erhält die absolute Flugzeit und Geschwindigkeit β des Neutrons zur Energiebestimmung. In dem so erzeugten Flugzeitspektrum aller TOF-Szintillatoren wurde hier eine Zeitauflösung von 1.7 ns FWHM erreicht, was sich in einer Fehlerverteilung in der rekonstruierten Elektronenergie bzw. im Neutronimpuls vor dem Stoß niederschlägt.

5.2.2 Ortsrekonstruktion

So wie die Auswertung der TDC-Werte zur Flugzeit geführt haben, so läßt sich aus ihnen auch der Ort im Balken durch ihre Differenz rekonstruieren. Die TDC-Werte setzen sich aus der tatsächlichen Flugzeit t und der Lichtlaufzeit im Szintillator zusammen, welches in Abbildung 14 verdeutlicht ist. Wird die Differenz der beiden TDC-Werte t_1, t_2 , nach oben angesprochener

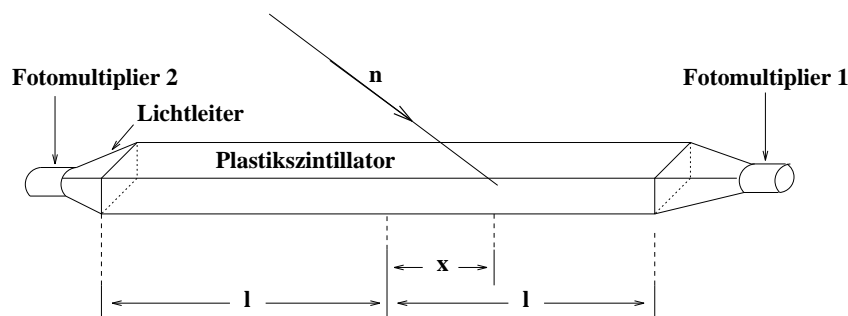


Abbildung 14: Schematische Darstellung eines Szintillator-Balkens mit den relevanten Größen zur Ortsbestimmung mittels eines TDiff-Spektrums

Walk Korrektur gebildet, so erhält man eine Größe, TDiff genannt, die direkt

proportional zum Ort ist und aus den Gleichungen (5.35) folgt.

$$t_1 = t + (l + x)/c_{\text{eff}} \quad (5.35a)$$

$$t_2 = t + (l - x)/c_{\text{eff}} \quad (5.35b)$$

In die effektive Lichtgeschwindigkeit c_{eff} gehen Brechungsindex und eine Größe ein, die die Lichtsammmlung infolge Mehrfachspiegelung an den Szintillatorgrenzen berücksichtigt. Theoretisch läßt sich c_{eff} berechnen, aber sie ist auch aus den Flanken der Ortsverteilung, siehe Abbildung 16, ableitbar. Die Breite

Abbildung 15: (links) *Aufgetragen ist in diesem 2D-Spektrum der TDC- über dem QDC Wert für konstante Flugzeit, so daß als einzige Abhängigkeit der Walk nach Gleichung (5.34) auftritt*

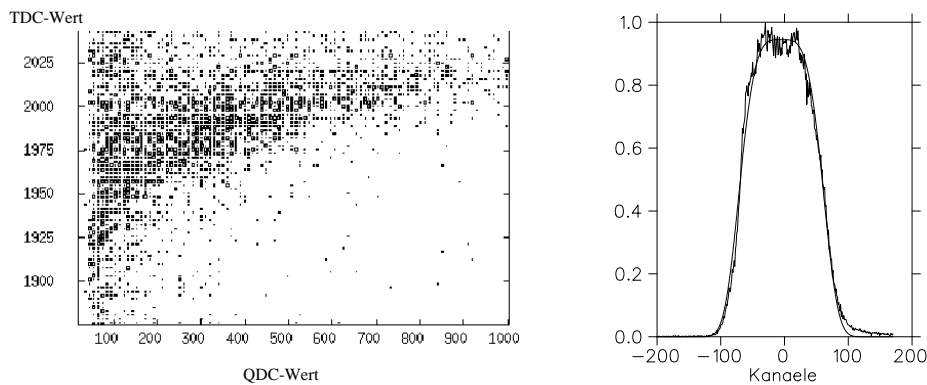


Abbildung 16: (rechts) *Häufigkeitsverteilung der Einschlagorte entlang des Balkens in Kanälen, welche zum Fit eines Faktors zur Ortsbestimmung in physikalischen Einheiten dient*

dieser Verteilung muß der Länge des Szintillators entsprechen, woraus sich direkt c_{eff} und der vertikale Ort, welcher sich nach dieser Methode bis auf 6 cm FWHM bestimmen läßt, ergibt. Mit Hilfe der Ortsinformation im Balken und den Koordinaten desselben sind der Richtungsvektor und die Flugstrecke des Neutrons festgelegt. Aus der nach Kapitel 5.2.1 bestimmten Flugzeit läßt sich nun die Geschwindigkeit $\vec{\beta}$ und Neutron-Energie berechnen, wodurch der Impuls aus $\vec{p} = \vec{\beta} E$ und damit der Vierervektor vollständig bestimmt sind.

5.3 Kinematische Rekonstruktion

5.3.1 Monte-Carlo-Simulation

Wie in Kapitel 5.1 und 5.2 gezeigt, ist es nun möglich, für jedes Event den Vierervektor p^μ des Neutrons und den Richtungsvektor \hat{k}' des Elektrons nach dem Stoß zu messen, wobei der Viererimpuls des Elektrons vor dem Stoß im RL durch $k^\mu = k(1, 0, 0, 1)$ gegeben ist. Im Kapitel A.1 ist hergeleitet, daß diese Größen unter gewissen Annahmen hinreichend sind, um die Energie des Elektrons nach dem Stoß und den Impuls des Neutrons vorher zu berechnen.

Bevor jedoch die Rekonstruktion beschrieben wird, soll sie erst durch eine Monte-Carlo-Simulation motiviert werden. Ziel war es, die Auswirkung der endlichen Detektorakzeptanz und die Anteile des Elektronenergiespektrums zu untersuchen, sowie die Rekonstruktionsmethode zu testen. Außerdem wird es dadurch möglich, eine physikalische Interpretation der kinematischen Spektren dieser Auswertung auf der Basis der Simulation zu erhalten. Im folgenden soll vor der Darstellung des Ergebnisses und seiner Interpretation zuerst die Simulation erläutert werden. Gestreut werden Elektronen an freien Neutronen, die eine aus [Jan82] entnommene Impulsverteilung besitzen. Verwendet werden allerdings nicht die Daten, sondern folgende Parametrisierung, die durch einen Fit gewonnen wurde und diese hervorragend wiedergibt, wie in Abbildung 17 mit der auf diese Weise zufällig erzeugten Verteilung dargestellt ist:

$$n(p) \propto \frac{p^2}{1 + e^{ap-b}} \quad (5.36)$$

$$\text{mit } a = 0.03588, \quad b = 1.562$$

Der Algorithmus zur Erzeugung der Zufallszahlen p , die obiger Verteilung genügen müssen, wurde aus [Rec92] entnommen und ist mit isotroper Winkelverteilung zur Bildung des Neutronimpulses implementiert. Nun ist noch die Richtung des Elektrons nach dem Stoß zu würfeln, wobei φ isotrop angenommen und ϑ nach dem Mott-Querschnitt, siehe Gleichung (2.1), verteilt wurde.

Damit sind nun die Anfangsbedingungen jedes Ereignisses durch folgende Variablen gegeben: der Gesamtimpuls bestehend aus dem einlaufenden Elektron- sowie Neutronimpuls und die Richtung des gestreuten Elektrons. Nach der Berechnung des Neutronimpulses aus der quasielastischen Elektron-Streuung, siehe Gleichung (A.2b), liegt die gleiche Information wie im Experiment vor,

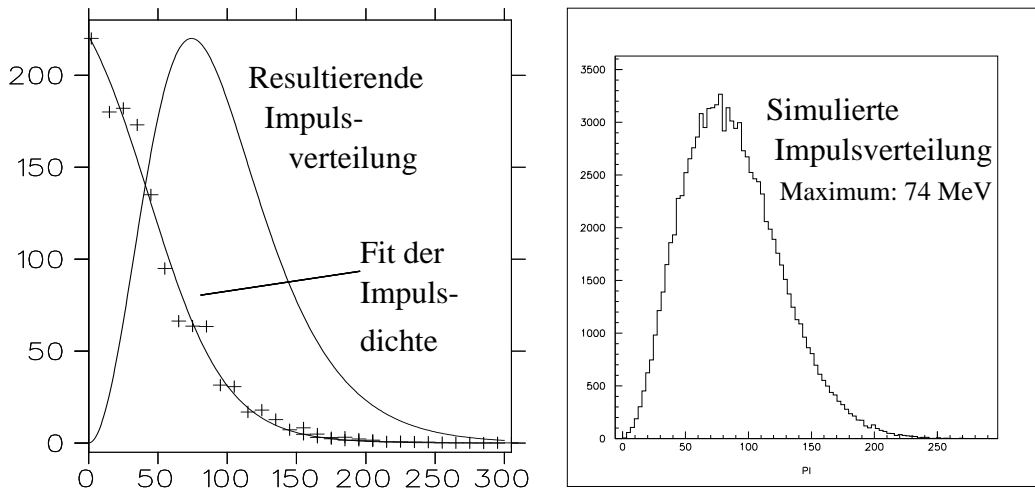


Abbildung 17: (links) *Impuls- und Impulsdichteverteilung des Neutrons im ^3He aus [Jan82] und mit dem Fit, welcher zur Simulation verwendet wurde.* Rechts ist die *simulierte Impulsverteilung mit dem Maximum bei 74 MeV zu sehen*

und die Rekonstruktion, wie sie auch in der Auswertung verwendet wird, kann durchgeführt werden. Ein Vergleich des berechneten und des vorgegebenen Neutronimpulses bestätigt die Rekonstruktion. In Abbildung 18 sind die generierten Verteilungen der Simulation unter der Berücksichtigung der endlichen Detektorakzeptanz abgebildet: die rekonstruierte Neutronimpuls- und Elektronenergieverteilung sowie die ϑ -Verteilung des Neutronimpulses vor dem Stoß. Man sieht deutlich den Einfluß des endlichen Phasenraumes auf die Neutronverteilungen. Die höheren Impulskomponenten sind unterdrückt, und aus einem isotropen Winkel ergibt sich ein Peak bei 87° , der mit dem Maximum des Neutronimpulses von 66 MeV dazu führt, daß die meisten Neutronen den TOF-Detektor unter 53° treffen. Nun stehen Verteilungen zur Verfügung, die als Vergleich mit den Spektren aus der Auswertung dienen können.

Die relevanten, bei diesen Energien auftretende Prozesse der Elektronstreuung am Neutron sind in (2.22) festgehalten und wurden alle drei kinematisch simuliert [Byc73], wobei sich der quasielastische Anteil im Spektrum nach (A.2b) berechnen läßt, da die zugrunde liegende kinematische Gleichung eindeutig lösbar ist. Um das Spektrum des Bleiglasdetektors k'_{pb} zu erhalten wird zur berechneten Energie k' noch ein zufälliger Gauß-verteilter Fehler addiert, welcher die Breite $\sigma_{\text{pb}} = 4\% + 10\% \cdot (k'/\text{GeV})^{-1/2}$ [Eyl94] besitzt. Für die rekonstruierte Elektronenergie ist ein mittlerer Fehler von 5% (siehe

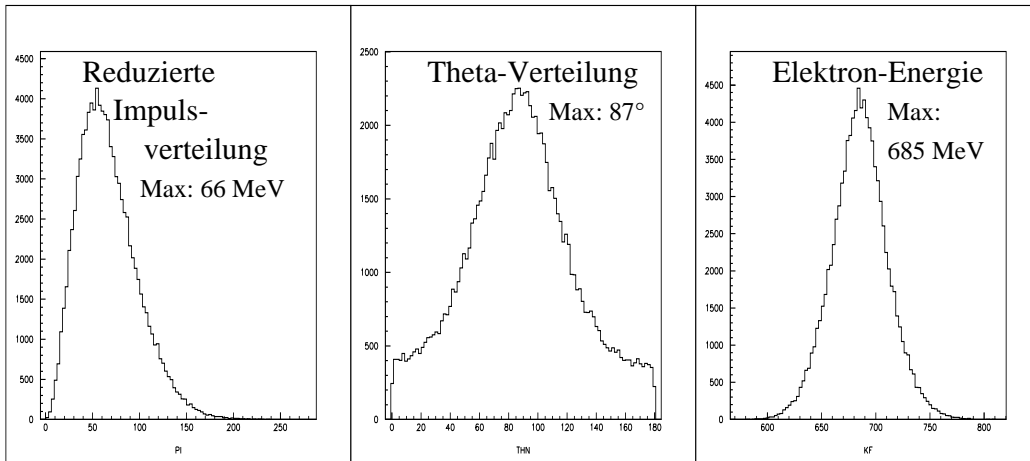


Abbildung 18: Monte-Carlo generierte Verteilungen unter Berücksichtigung des Phasenraumes bzw. der Detektorraumwinkel in MeV

auch Absatz über Neutron-Detektorauflösung Seite 44 bzw. Abbildung 23) ausreichend um eine Übereinstimmung mit dem experimentellen Spektrum zu erhalten. Die Simulation der inelastischen Ereignisse gestaltet sich aufwendiger, da es sich z.B. bei der Deltaresonanz um einen zweistufigen Prozeß handelt. Der Delta-Viererimpuls läßt sich analog zur Streuung am Neutron eindeutig aus den Anfangsbedingungen berechnen und der Zerfall findet im Ruhssystem des Deltas statt: Dort besitzen Pion und Neutron entgegengesetzte, isotrop verteilte Impulse mit dem Betrag von $p = 227$ MeV, siehe [PDG94]. Nach einer Lorentztransformation ins Laborsystem erhält man die Vierervektoren des Neutrons und Pions. Die Pionproduktion wird durch den Ansatz eines isotrop verteilten Pionimpuls im Schwerpunktsystem von Elektron und Neutron beschrieben. Der Betrag des Pionimpulses läßt sich leider rein kinematisch nicht ermitteln und wurde im Vergleich mit den experimentellen Spektren zu $p_{\pi} \approx 290$ MeV bestimmt. Dazu wurden die simulierten Peaks aus der quasielastischen Streuung und der Deltaresonanz von den experimentellen Spektren abgezogen und der Peak im Differenzspektrum ausgewertet. Ist über diese Annahme der Viererimpuls des Pions nach einer Lorentz-Rücktransformation gegeben, lassen sich ebenfalls die Impulse des Elektrons und Neutrons nach dem Stoß berechnen und stehen zur Rekonstruktion zur Verfügung. Als freie Parameter bleiben noch die relativen Wahrscheinlichkeiten der Prozesse, also ihre Anteile am Spektrum. Diese kann aus einer rein kinematischen Rechnung nicht entnommen werden, sondern findet ihre Ursache im Wirkungsquerschnitt. Hier wurden diese so bestimmt, daß die experimentellen Spektren möglichst gut wiedergegeben

werden. Nachdem nun alle Ereignistypen modelliert werden können, liegt dadurch eine Möglichkeit vor die Leistungsfähigkeit der Trennung basierend auf der Rekonstruktion zu testen. Außerdem können auf diese Weise neben Werte für die Cutparameter auch noch die Anteile der nicht abgetrennten Ereignisse, welche je nach Cut weniger als 3% (Cut bei 200 MeV in Abbildung 19) betragen, bestimmt werden.

Das Ergebnis der Simulation ist in Abbildung 20 in Form der Bleiglas- und rekonstruierten Elektronenergie dargestellt. Dabei ist zu beachten, daß der Überlapp zwischen quasi- und inelastischen Anteilen im 2D-Dichte-Plot bzw. im Differenzspektrum (Abbildung 19) geringer als in den jeweiligen Elektronenergiespektren ist. Darauf beruhen die in Kapitel 6.1, Seite 46 beschriebenen Trennmethode. Die aus der Simulation gewonnenen relevanten kinematischen Größen sind in folgender Tabelle aufgelistet:

Einheit: MeV	$\bar{k}'_{\text{Pb}}/\sigma_k$	$\bar{k}'_{\text{rek}}/\sigma_k$	\bar{p}'/σ_p	\bar{p}'_{π}/σ_p
QE-Peak	686/114	686/52	594/49	–
Pionproduktion	456/92	807/48	396/44	287/40
Deltaresonanz	387/88	922/36	245/31	418/90

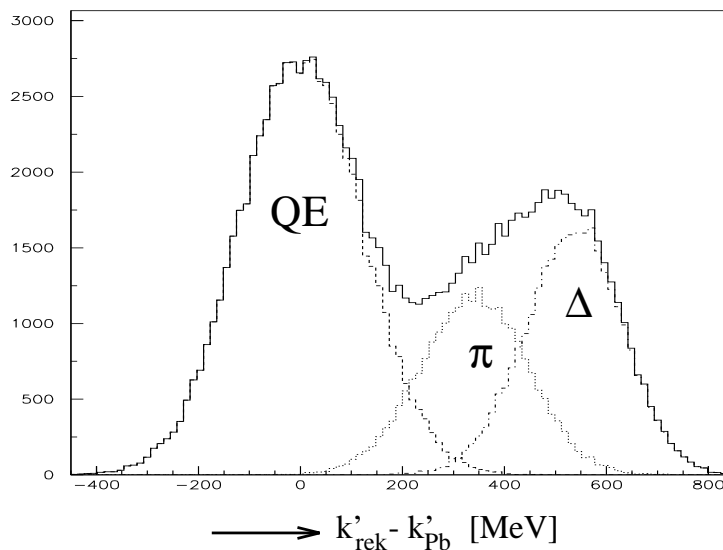


Abbildung 19: Differenzspektrum, basierend auf Abbildung 20, aus simulierter Bleiglas- und rekonstruierter Elektronenergie. Hier tritt der geringste Überlapp aus quasi- und inelastischen Ereignissen auf

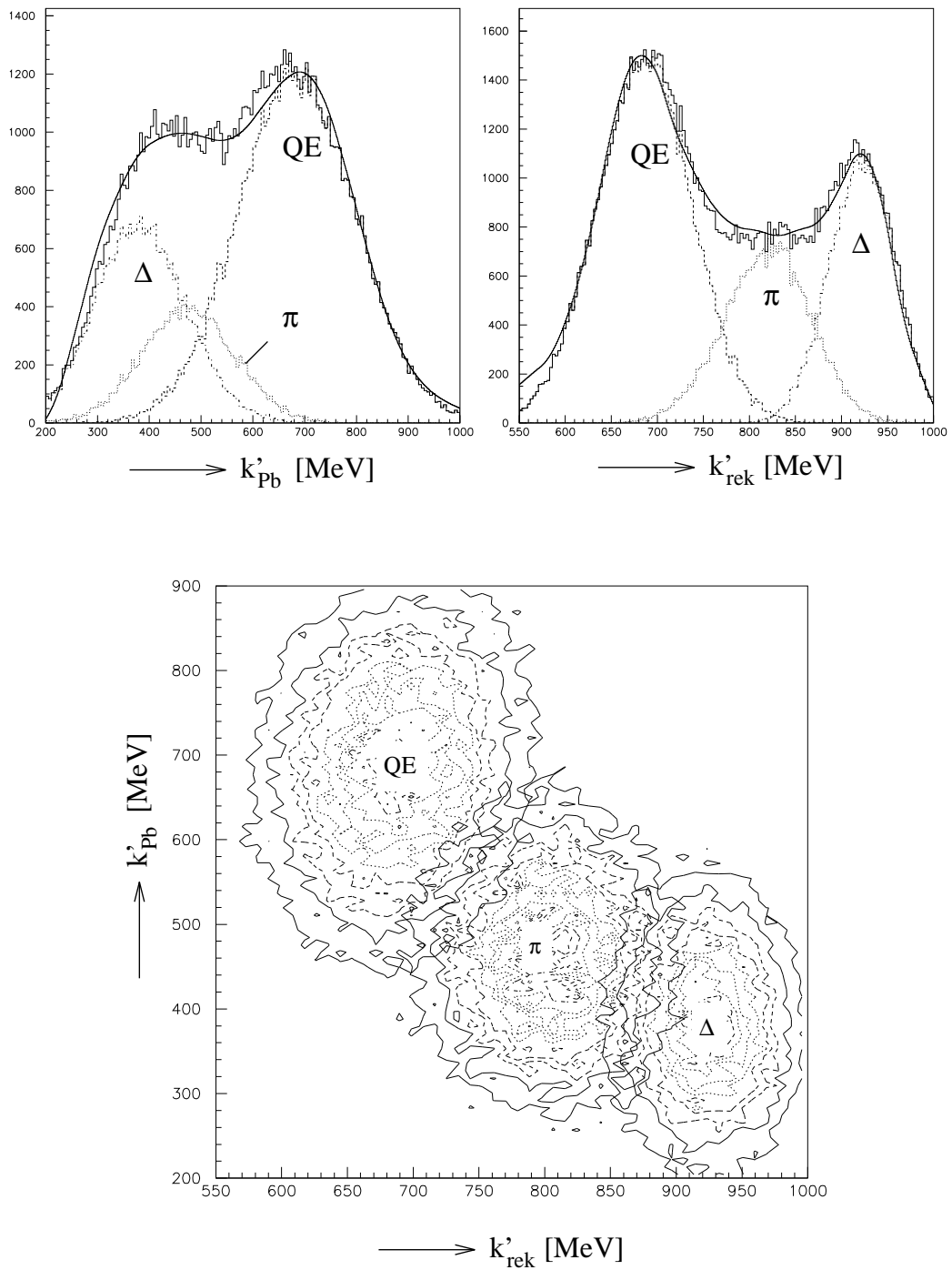


Abbildung 20: (oben) *Simulierte Bleiglas- und rekonstruierte Elektronenergiespektren. Dargestellt sind alle drei Anteile der Simulation und die experimentellen Spektren als geglättete Kurve. (Unten) ist die Bleiglasenergie über der rekonstruierten als 2-dimensionaler Dichteplot aufgetragen*

5.3.2 Rekonstruierte Spektren

Als Grundlage für die unten beschriebenen Trennmethode dienen die Spektren der kinematisch rekonstruierten Elektronenenergie und des Neutronimpulses vor dem Stoß. In Abbildung 21 ist das vollständige Elektronenenergiespektrum ohne Cuts dargestellt. Um eine von der Simulation unabhängige Bestimmung der Anteile im Energiespektrum zu erhalten wurden drei Gaußfunktionen stellvertretend für den quasielastischen und die zwei inelastischen (Pionproduktion und Deltaresonanz) angefitet. Dabei erhebt der Fit nicht den Anspruch der physikalisch korrekten Beschreibung, sondern soll nur die Anteile der Prozesse am Spektrum verdeutlichen.

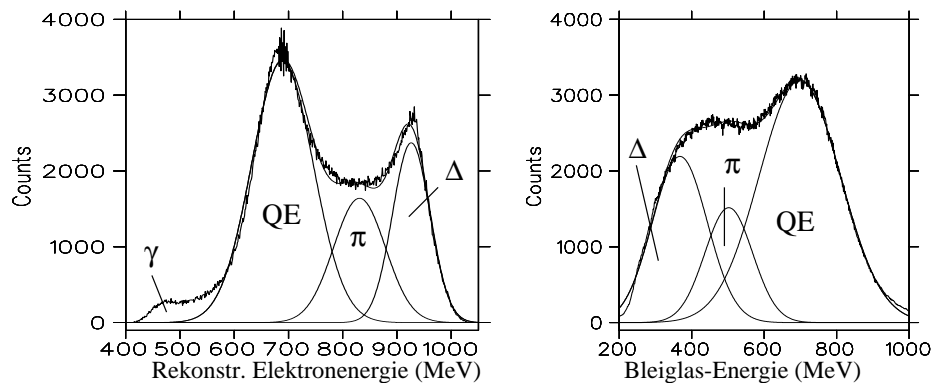


Abbildung 21: Anteile der quasi- und inelastischen Prozesse im Bleiglas-Summenspektrum (rechts) und im rekonstruierten Elektronenenergiespektrum (links). Die Bezeichnungen QE, Δ , π stehen für quasielastische Streuung, Delta-Resonanz und Pion-Produktion

Deren Verteilungen entsprechen nur näherungsweise Gaußfunktionen, und deswegen sind die Breiten der Fitfunktionen keine verlässlichen Größen. Die Lage der Peaks hingegen ist in gewissen Grenzen relativ unempfindlich auf die Kurvenform und läßt somit Rückschlüsse auf die Größe des Energieverlustes zu. Die Aufteilung der Spektren in ihre Anteile ist auch sehr gut im Energiespektrum des Neutrons zu sehen. Dieses wurde nach der in Kapitel 5.2.1 beschriebenen Vorgehensweise erstellt und ist in Abbildung 22 zu sehen. Deutlich heben sich die langsamen Neutronen (linker Peak), die aus inelastischen Ereignissen stammen und nur geringfügig mehr Energie als ihre Ruhemasse besitzen, hervor.

Der Neutronpeak, welcher aus der quasielastischen Streuung stammt, liegt etwa bei 1110 MeV, so wie es auch die Rechnung für ein ruhendes Target liefert. Genauso stimmt auch das Maximum der gemessenen Verteilung des

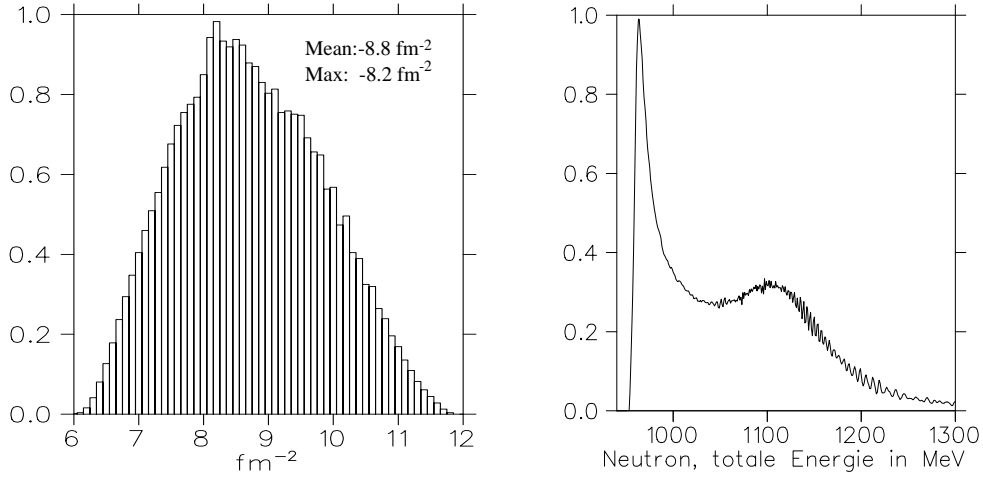


Abbildung 22: Verteilung des Impulsübertragquadrats für quasielastische Ereignisse (links), wobei $-q_\mu^2$ aufgetragen ist, und die der gemessenen Neutronenergie (rechts)

Impulsübertragsquadrats bei -8.2 MeV gut mit dem Wert für ein ruhendes Target mit $q_\mu^2 = -4kk' \sin^2 \frac{\vartheta}{2} = -8.1 \text{ fm}^{-2}$ überein. Die Breite der Verteilung ist eine direkte Folge der Neutronimpulsverteilung im Kern. Zum Test der Trennmethode sowie der kinematischen Rekonstruktion ist in Abbildung 23 eine Gegenüberstellung der rekonstruierten Neutronimpulsverteilung und der aus [Jan82] entnommenen und mit der Detektoraufösung gefalteten Verteilung zu sehen. Die Detektoraufösung wurde wie folgt gewonnen: der Fehler in der Flugzeitmessung hat eine Halbwertsbreite von 1.7 ns , siehe Kapitel 5.2.1, und wurde gaußverteilt angesetzt, was unter Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes zu einer Fehlerverteilung im Neutronimpuls führt. Nun wirkt sich dieser Fehler ebenfalls in der rekonstruierten Elektronenergie nach Gleichung (A.2a) aus, wodurch die Form der Gaußkurve verzerrt wird. Bildet man aus der Fehlerverteilung des rekonstruierten Neutronimpulsvektors den Betrag, so wird die negative Flanke der Gaußverteilung auf positive Impulse abgebildet. Aus diesen zwei Kurven, die in Abbildung 23 (mitte) dargestellt sind, wurde ein mittleres Spektrum als Fehlerverteilung des rekonstruierten Neutronimpulses definiert und mit einem aus der Simulation abgeleiteten Reduktionsfaktors (vergleiche Abbildung 17 und 18) zur Faltung verwendet.

Das Ergebnis ist (rechts) als durchgezogene Linie mit dem experimentellen Spektrum, welches im Bereich um 200 MeV über der gefalteten Verteilung liegt, zusammen dargestellt. Der Überschuss ist ein Maß für den Anteil an

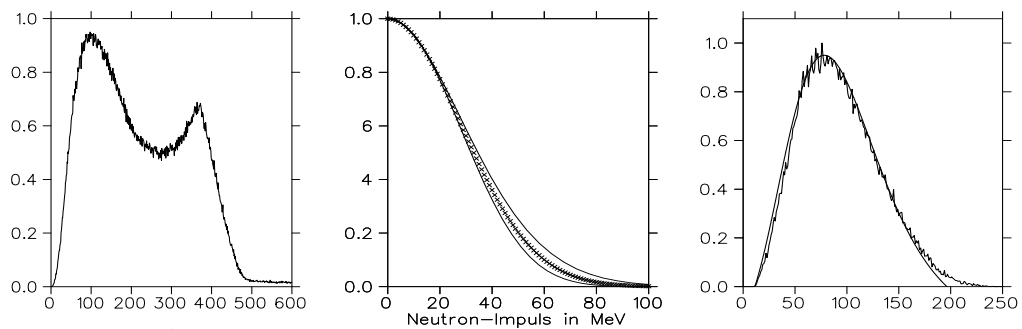


Abbildung 23: (links) *Experimentelle Neutronimpulsverteilungen ohne Cuts und (rechts) nach Cut auf quasielastische Ereignisse im Vergleich mit der parametrisierten Verteilung aus Gleichung (5.36), welche mit der Detektorauflösung (mitte) gefaltet wurde, siehe Text*

nicht abgetrennten inelastischen Ereignissen, der sich daraus in Übereinstimmung mit der Simulation, siehe Seite 41 zu etwa 2% ergibt.

6 Ergebnis

6.1 Cut-Methoden

Für die Bestimmung von G_E^n dürfen nur die quasielastischen Ereignisse verwendet werden, da die inelastischen ebenfalls eine Asymmetrie tragen, die jedoch nicht über Gleichung (2.19) mit G_E^n verknüpft sind. Leider können diese durch das Bleiglasspektrum allein nicht vollständig von den inelastischen separiert werden, weswegen im folgenden verschiedene Methoden vorgestellt werden, die eine erfolgreichere Abtrennung der inelastischen Ereignisse leisten. Ein Cut im Bleiglasspektrum bei möglichst hohen Energien wäre zwar mit dem geringsten Aufwand verbunden, hätte allerdings den Nachteil, daß enorm Statistik verloren ginge. Deswegen sollen hier Methoden untersucht werden, die die Trennung in Bezug auf Statistik und Restanteil an inelastischen Ereignissen optimiert.

- [A] Cut im Differenzspektrum aus der Bleiglasenergie k'_{Pb} und der rekonstruierten Elektronenergie k'_{rek} : $A = k'_{\text{Pb}} - k'_{\text{rek}}$. Bei dieser Methode wird die Information beider Arme verwendet.
- [B] Cut im rekonstruierten Elektronenergiespektrum. Aus der inelastischen Monte-Carlo-Simulation lassen sich optimale Grenzen zur Asymmetriestimmung ableiten. Leider ist der Bereich, in dem sich keine inelastischen Ausläufer mehr befinden, relativ klein.
- [C] Es wird pro Event eine fehlergewichtete gemeinsame Differenz der Bleiglasenergie und rekonstruierten Elektronenergie zu der Energie (k'_0), die sich für den Fall eines ruhenden Target ergäbe, gebildet: $C \propto (k'_{\text{Pb}} - k'_0)^2 / \sigma_{\text{Pb}}^2 + (k'_{\text{rek}} - k'_0)^2 / \sigma_{\text{rek}}^2$. Dies ist ein Maß für die Abweichung zur elastischen Streuung.
- [D] Wird das Bleiglassummenspektrum an der y -Achse gespiegelt und dann gestreckt, so liegen die quasi- und inelastischen Peaks bei der gleichen Energie wie im rekonstruierten Elektronenergiespektrum. Bildet man nun das Produkt aus beiden Spektren: $D = (a - bk'_{\text{Pb}})k'_{\text{rek}}$, so liegen die inelastischen Anteile bei deutlich höheren Energien, woraus sich wieder eine Möglichkeit zur Trennung ergibt. Auch hier werden die Informationen beider Arme zum Cut herangezogen.

- E** Mit dem Ansatz eines ruhenden Targets läßt sich die invariante Masse eines inelastischen Ereignisses eindeutig berechnen. In diesem ‘missing mass’ Spektrum sind die inelastischen Ereignisse sehr schön in einem relativ scharfen Peak separiert, siehe Abbildung 24.
- F** Zum Vergleich mit den Methoden aus der kinematischen Rekonstruktion wurden auch Cuts auf das Bleiglas-Summenspektrum untersucht. Hier sieht man einen weichen Übergang vom inelastischen in den quasielastischen Bereich und ein starkes Ansteigen der statistischen Fehler in der rein quasielastischen Region, was bedeutet, daß die Ausläufer der inelastischen Ereignisse weit in diese Region reichen.

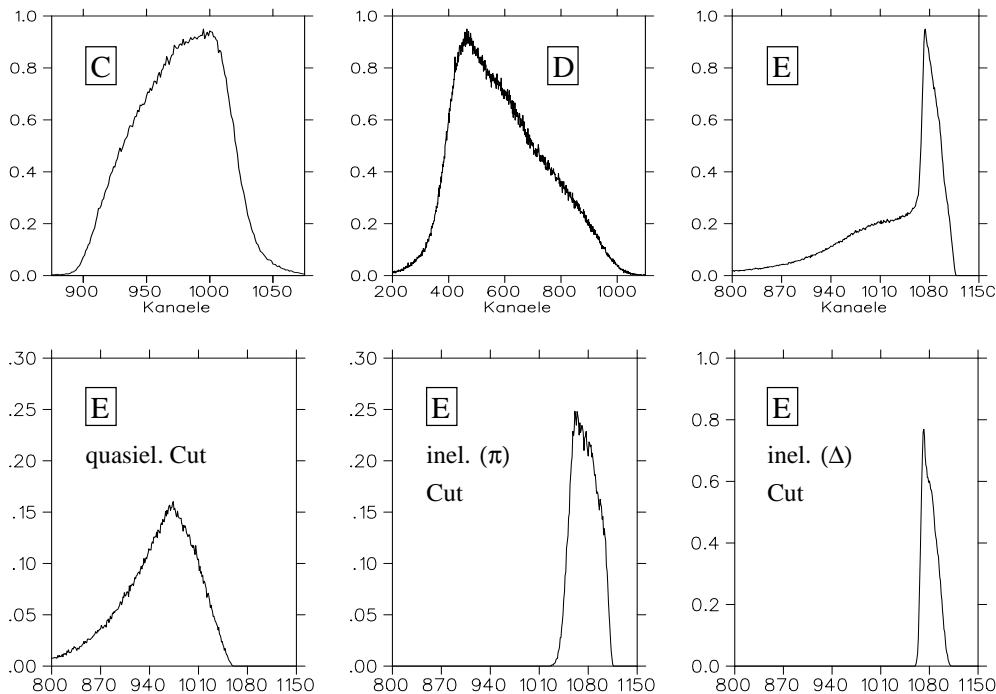


Abbildung 24: *Spektren der Methoden **C**, **D** und **E** (oben von links nach rechts). Unten sind die quasielastischen und inelastischen (π , Δ) Anteile am Spektrum der Methode **E** dargestellt*

Die Spektren der Methoden **A** und **F** und ihre Zusammensetzung aus quasi- und inelastischen Anteile sind in der Abbildung 21 und die der Methode **B** in Abbildung 23 und 21 zu sehen. Die Spektren der restlichen drei Methoden sind in Abbildung 24 dargestellt, wobei in der unteren Hälfte als Beispiel die Zerlegung von **E** in die drei Anteile durch einen Cut auf die rekonstruierte Elektronenergie dargestellt ist.

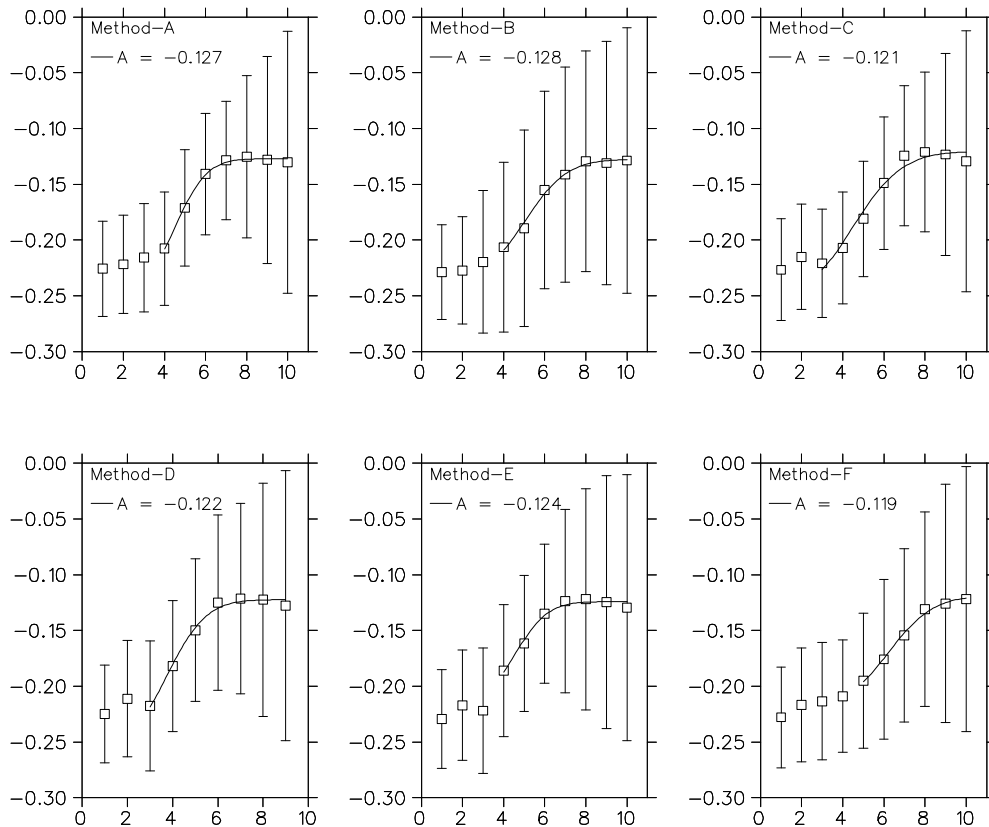


Abbildung 25: *Asymmetrieverläufe in Abhängigkeit des Cutparameters für die Methoden \boxed{A} ... \boxed{F} mit statistischen Fehlerbalken und Fit zur Sättigungsbestimmung*

6.2 Asymmetrieverläufe

In den Spektren obiger Methoden gibt es prinzipiell drei Gebiete: einen rein quasielastischen Bereich, einen inelastischen Bereich und einen, in dem sich beide überlappen. Leider ist es auf Grund der Impulsverteilung des Neutrons und der natürlichen Breiten der inelastischen Ereignisse prinzipiell unmöglich, die quasi- und inelastischen Peaks vollständig zu trennen. Die Methoden, die auf der kinematischen Rekonstruktion beruhen, haben jedoch den Vorteil, daß der Überlappbereich kleiner als im Bleiglassummenspektrum ist. Deswegen wurde der Verlauf der Asymmetrie mit verschiedenen Cuts untersucht, welcher für obige Methoden in Abbildung 25 dargestellt ist.

Die Cuts wurden so angesetzt, daß eine Grenze (im rein quasielastischem Bereich) festgehalten und die andere, als Cutparameter bezeichnete Grenze, im Überlapp-Gebiet in äquidistanten Schritten variiert wurde. Aufgetragen

ist in Abbildung 25 das Asymmetrieverhältnis \mathcal{A} über dem Cutparameter. Dabei sinkt die Anzahl der inelastischen Ereignisse mit steigendem Cutparameter, aber gleichzeitig sinkt auch die Statistik, was an den eingezeichneten statistischen Fehlerbalken sichtbar ist. Im rein quasielastischen Bereich läuft die Asymmetrie in eine Sättigung, welche durch einen Fit quantitativ bestimmt wurde. Der Mittelwert dieser Sättigungen (ohne Methode $\boxed{\text{F}}$) beträgt $\mathcal{A} = -12.4 \pm 0.4\%$, woraus sich der elektrische Formfaktor nach (2.19) zu $G_E^n = 0.037 \pm 0.001$ ergibt. Dieser wurde mit dem magnetischen Formfaktor aus einem Dipolfit ohne Berücksichtigung des Fehlers berechnet: $G_M^n = \kappa_n G_D = \kappa_n (1 - q_\mu^2/18.23 \text{ fm}^{-2})^{-2} = -0.91706$. Somit lautet der aus dem Pilotexperiment bestimmte Wert des elektrischen Neutron-Formfaktors, welcher in Abbildung 26 im Vergleich zu verschiedenen G_E^n -Parametrisierungen (3.26) dargestellt ist, mit statistischem und dem gesamten systematischen Fehler:

$$G_E^n(q_\mu^2 = -8.1 \text{ fm}^{-2}) = 0.037 \pm 0.013 \pm 0.002$$

Der aus der Trennung stammende systematische Fehler von 3% wurde aus den Abweichungen in \mathcal{A} der verschiedenen Methoden in der Sättigung, also in den rein quasielastischen Bereichen, bestimmt und ist in Übereinstimmung mit einem ermittelten Anteil der nicht abgetrennten Ereignisse von etwa 2% bis 3%, siehe Seite 45 und 41. Der statistische Fehler wurde aus den Ereignissen am Beginn (in Bezug auf den Cutparameter) der Sättigung entnommen und beträgt 35%.

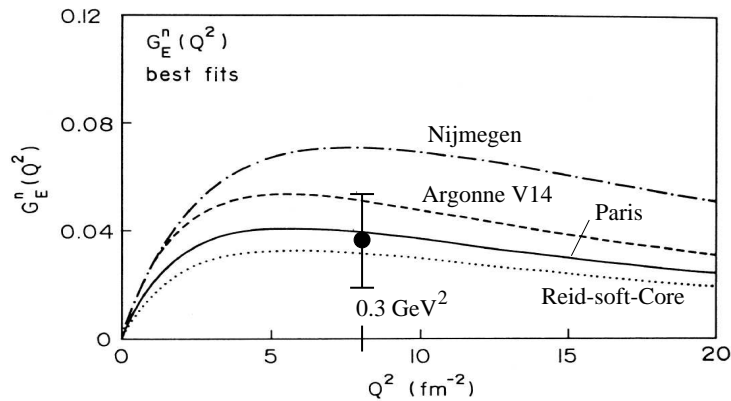


Abbildung 26: Vergleich des Formfaktors aus dieser Auswertung mit den G_E^n Parametrisierungen, welche aus den Deuteron Formfaktoren mit verschiedenen NN-Potentialen gewonnen wurde [Pla90]

6.3 Zusammenfassung

Das Ziel dieser Arbeit war neben der Bestimmung des elektrischen Neutron-Formfaktors aus dem Pilotexperiment die Verbesserung der Trennung von inelastischen und quasielastischen Ereignissen. Die relativ schlechte Energieauflösung des Bleiglas-Detektors mit $\sigma_{k'} \approx 60$ MeV führt zu einem großen Überlapp-Bereich beider Ereignistypen. Durch die kinematische Rekonstruktion gelingt die Trennung prinzipiell besser, da hier eine Energieauflösung von $\sigma_{k'} \approx 15$ MeV erreicht wurde, was sich im verringerten systematischen Fehler niederschlägt. Um eine möglichst hohe Energieauflösung zu erhalten, ist es entscheidend eine gründliche Auswertung der TOF-Spektren mit den entsprechenden Korrekturen durchzuführen. Der optimale Cut zur Trennung der Ereignistypen, d.h. minimaler inelastischer und maximaler quasielastischer Anteil, welcher in möglichst kleinen systematischen und statistischen Fehlern resultiert, wird durch Kombination der Bleiglas- und rekonstruierter Elektronenergie erzielt. Besonders wichtig wird diese Methode für das Produktionsexperiment, bei dem sich infolge des größeren Phasenraumes die Peaks in der Elektronenergie verbreitern.

Für die Auswertung des Produktionsexperiments bieten sich noch folgende Verbesserungen an: Da durch den vollen Detektorausbau ebenfalls ein größeres Impulsübertragsintervall resultiert, sollte dieses in zwei oder drei Bereiche zur separaten Bestimmung von G_E^n unterteilt werden. Zumindestens muß dies in irgendeiner Form und Weise berücksichtigt werden, da sonst der auftretende Fehler auf Grund verschiedener Impulsüberträge zu groß wird. Es ist z.B. denkbar die experimentelle Targetpolarisation in einen senkrechten und parallelen Anteil bezüglich des Impulsübertrags pro Event zu zerlegen und dementsprechend auszuwerten. Die Relation (2.19) zwischen dem Asymmetrieverhältnis \mathcal{A} und G_E^n wurde für ein ruhendes Hadron hergeleitet und birgt somit einen kleinen, aber vermeidbaren Fehler. Da mit Hilfe der Rekonstruktion der Neutronimpuls für jedes Ereignis bekannt ist, sollte die Impulsabhängigkeit der Asymmetrien, durch eine nach Impulsbereichen unterteilte Asymmetrienauswertung, berücksichtigt werden.

Das Pilotexperiment hat gezeigt, daß die Messung am ^3He nur geringe systematische Unsicherheiten aufweist und daß das Ziel des Produktionsexperiments, den Formfaktor auf weniger als 10% Gesamtfehler zu bestimmen, erreichbar ist.

A Kinematik

A.1 Kinematische Beziehungen

Für jedes Koinzidenzexperiment ist es von entscheidender Bedeutung, die Abhängigkeiten der Streuwinkel und Energien von Anfangsparametern zu kennen, denn nur so ist eine korrekte physikalische Beschreibung des Streuvorganges möglich. Ebenso muß dies für den Aufbau berücksichtigt werden, um Detektoren dem Phasenraum entsprechend aufzustellen und Signalkabel bzw. Verzögerungsleitungen der Triggerelektronik richtig zu dimensionieren. Deswegen sollen hier einige kinematische Beziehungen festgehalten werden. Stellt man den Energie-/Impulserhaltungssatz für den Stoß zweier Teilchen unter der Berücksichtigung des RL für das Elektron und verwendet das Spektatormodell, in dem der Restkern an dem Stoß unbeteiligt sind, so folgt:

$$(k + p)^\mu = (k' + p')^\mu \quad (\text{A.1a})$$

$$\xrightarrow{\text{RL}} k + E(p) = k' + E'(p') \quad (\text{A.1b})$$

$$\vec{k} + \vec{p} = k' \hat{k}' + \vec{p}' \quad (\text{A.1c})$$

Dabei wurde weiterhin angenommen, daß das Neutron „on-shell“ ist, das heißt, daß die relativistische Energie–Impuls Beziehung verwendet werden darf und daß „final state interactions“ (FSI) vernachlässigbar sind. Dies faßt man auch unter der Bezeichnung „plane wave impulse approximation“ (PWIA) zusammen. Mit (A.1a) und der Energie–Impuls Beziehung $E^2 = m^2 + p^2$ für das Neutron stehen 5 Gleichungen zur Verfügung, um die 5 Unbekannten E, \vec{p} und k' zu bestimmen, wobei \hat{k}' und \vec{p}' gemessen werden. Somit lassen sich aus (A.1a) folgende Gleichungen ableiten, die in der kinematischen Rekonstruktion und der Simulation, siehe Kapitel 5, Verwendung finden:

$$k'(\vec{p}') = \frac{kE' - \vec{k} \vec{p}'}{E' - k - \hat{k}'(\vec{p}' - \vec{k})} \quad (\text{A.2a})$$

$$k'(\vec{p}) = \frac{kE - \vec{k} \vec{p}}{E + k - \hat{k}'(\vec{p} + \vec{k})} \quad (\text{A.2b})$$

Der Impuls des Neutrons vor dem Stoß ergibt sich dabei aus Gleichung (A.1c) sowie (A.2a) und der Impulsübertrag ist ebenfalls aus (A.2a) und durch $q = k - k'$ bestimmt.

Die Energie des auslaufenden Elektrons in freier Kinematik und ruhendem Neutron, welche zur Korrektur der Bleiglas-QDCs und teilweise auch zur Simulation benötigt wird, ist wie folgt gegeben:

$$k'(\vartheta_e) = \frac{k}{1 + \frac{k}{m_n}(1 - \cos \vartheta_e)} \quad (\text{A.3})$$

A.2 Das Breit-System

Zur Berechnung des Hadrontensors ist es ratsam, ein angepaßtes Koordinatensystem zu verwenden. Die Kontraktion beider Tensoren wird besonders einfach, wenn q_μ eine möglichst triviale Form besitzt. Das Koordinatensystem, welches dies leistet, wird als Breit-System oder auch treffender „Brickwall-Frame“ bezeichnet. Darin verhalten sich beide Teilchen so, als ob der Stoß wie an einer Wand abläuft. Das heißt, es wird keine Energie übertragen und die Impulse ändern sich nur in der Richtung, aber nicht im Betrag, was anschaulich in Abbildung 27 zu erkennen ist.

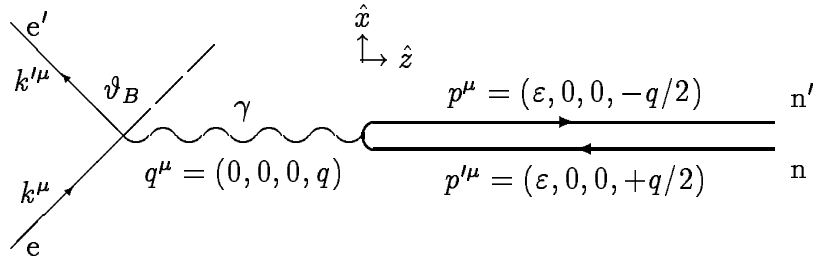


Abbildung 27: Darstellung der Streuung im Breit-System

Legt man nun noch die z -Achse des Systems in Richtung des Impulsübertrages, so nimmt dieser die einfache Form $q^\mu = (0, 0, 0, q)$ an, woraus sofort der Hadronimpuls resultiert:

$$p^\mu = (\varepsilon, 0, 0, -q/2) \quad (\text{A.4a})$$

$$p'^\mu = (\varepsilon, 0, 0, q/2) \quad (\text{A.4b})$$

Man beachte, daß die Transformation ins Breitsystem mit den resultierenden Hadronimpulsen nach (A.4) nur dann gelingt, wenn das Hadron vor dem Stoß in Ruhe ist, also $\vec{q} = \vec{p}' - \vec{p} = \vec{p}'$ gilt. Zur Berechnung des Elektronimpulses muß man sich die Transformation ins Breit-System beschaffen. Insbesondere erfährt der Streuwinkel eine Änderung auf Grund der Lorentztransformation. Das Breit-System wird durch eine Drehung der z -Achse des

Laborsystems in die Richtung des Impulsübertrages, welche den Streuwinkel invariant läßt, und einen Lorentzboost entlang z erreicht. Dabei besitzt die Transformationsmatrix des Boosts folgende Gestalt:

$$(\Lambda_z)^\mu{}_\nu = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Um die Transformation des Streuwinkels zu erhalten, kann ein Vektor angesetzt werden, der den Streuwinkel im Breit-System explizit enthält: $\vec{a}_B = (1, 0, \cot \vartheta_B)$. Nach der Lorentztransformation dieses Vektors $\vec{a} = (\Lambda_z^i) \vec{a}_B = (1, 0, \gamma \cot \vartheta_B)$, ergibt sich aus der Identifikation mit dem entsprechenden Vektor $\vec{a} = (1, 0, \cot \vartheta)$ im Laborsystem die Relation für die Streuwinkel in den jeweiligen Systemen: $\gamma \cot \vartheta_B = \cot \vartheta$. Nun muß noch γ durch kinematische Variablen ausgedrückt werden, die in den Wirkungsquerschnitt eingehen. Mit $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ und $\beta = p/E = \frac{q}{2}/\varepsilon$ sowie (2.3) folgt sofort $\gamma^2 = 1 + \tau$. Somit ist der Ausdruck für die Winkeltransformation gefunden, die für den Elektrentensor und die Umrechnung des Wirkungsquerschnitts benötigt wird.

$$\cot^2 \frac{\vartheta_B}{2} = \frac{\cot^2 \frac{\vartheta}{2}}{1 + \tau} \quad (\text{A.6})$$

B Die Tensoren

B.1 Der Leptontensor

Elektronen im relativistischen Limes (RL) haben auf Grund ihrer verschwindenden Ruhemasse im Vergleich zur Energie die Eigenschaft, daß die Spinprojektion auf den Impuls, also ihre Helizität, erhalten bleibt, was sich durch das Verschwinden eines die Helizität verletzenden Stromes zeigen läßt:

$$j_{LR}^\mu = (P_L u)^\dagger \gamma^0 \gamma^\mu P_R u = \bar{u} \gamma^\mu P_L P_R u = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\text{mit } P_R \gamma^\mu = \gamma^\mu P_L$$

Somit kann man ein Elektron in eine links- und rechtshändige Komponente zerlegen, auf Grund dessen sich der Projektionsoperator aus (2.6) zu $P_h = (1 + h\gamma^5)/2$ reduziert, wobei h die Helizität (± 1) angibt. Die Indizes L/R

bezeichnen die links- und rechtshändige Komponente mit Helizität $+/-$. Allgemein lautet der Tensor für eine gegebene Polarisation s im Eingangskanal:

$$L^{\mu\nu} = \sum_{s'} \bar{u}(k', s') \gamma^\mu u(k, s) \bar{u}(k, s) \gamma^\nu u(k', s') \quad (\text{B.2})$$

oder mit dem Spinprojektionsoperator³ P_s aus (2.6) nach Umwandlung der Summe über Eingangs- und Ausgangsspinzustände in eine Spur:

$$L^{\mu\nu} = \sum_{s s'} \bar{u}' \gamma^\mu P_s u \bar{u} \gamma^\nu u' = \text{Tr} (\not{k}' + m) \gamma^\mu P_s (\not{k} + m) \gamma^\nu \quad (\text{B.3})$$

Durch den Spinprojektionsoperator zerfällt der Leptontensor in zwei Anteile. In einen symmetrischen, welcher nicht vom Spin abhängt, und einen asymmetrischen, spinabhängigen Term:

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{2} (L_S^{\mu\nu} + L_s^{\mu\nu}) \quad (\text{B.4a})$$

$$\text{mit } L_S^{\mu\nu} = \text{Tr} (\not{k}' + m) \gamma^\mu (\not{k} + m) \gamma^\nu \quad (\text{B.4b})$$

$$L_s^{\mu\nu} = \text{Tr} (\not{k}' + m) \gamma^\mu \gamma^5 \not{s} (\not{k} + m) \gamma^\nu \quad (\text{B.4c})$$

Mit Hilfe der Spurtheoreme, insbesondere des γ^5 Spurtheorems (C.1b), folgt nun:

$$L_S^{\mu\nu} = 4 [k'^\mu k^\nu + k'^\nu k^\mu + \eta^{\mu\nu} (m^2 - k' \cdot k)] \quad (\text{B.5a})$$

$$L_s^{\mu\nu} = 4im \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha s_\beta \quad (\text{B.5b})$$

Da wir uns bei diesen Energien im relativistischen Limes (RL) für das Elektron bewegen, kann man dessen Masse vernachlässigen und sich wie oben beschrieben auf Helizitätseigenzustände beschränken. Das heißt, das Elektron läßt sich als rein rechts- bzw. linkshändig beschreiben, und da nun für den Spin $s = \hbar k/m$ gilt, folgt der Leptontensor zu:

$$L^{\mu\nu} = 2 \left(k'^\mu k^\nu + k'^\nu k^\mu + \eta^{\mu\nu} q \cdot k + i\hbar \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} k_\alpha k'_\beta \right) \quad (\text{B.6})$$

B.2 Der Hadronstromoperator

Der Diracstromoperator für ein strukturloses Teilchen wird allein durch die Ankopplung eines Photons beschrieben und ist im linken Graphen der Abbildung 28 dargestellt. Damit lautet der Strom: $j^\mu = \bar{u}' \gamma^\mu u$. Für Teilchen

³Auf Grund der Eigenschaften eines Projektionsoperators ist es ausreichend, ihn in Gleichung (B.2) nur einmalig einzuführen, also nicht auch noch in den adjungierten Term

mit innerer Struktur muß γ^μ durch einen anderen Ausdruck ersetzt werden. Durch Invarianz-Überlegungen wird allerdings die Struktur dieses Operators stark eingeschränkt. Die „äußere“ elektromagnetische Struktur von Hadronen läßt sich sehr gut mit der Annahme beschreiben, daß diese von einer Pionwolke umgeben sind. Wird nun die Wechselwirkung dieser Pionwolke mit dem virtuellen Photon berücksichtigt, so ergeben sich zwei zusätzliche Beiträge zum Streuprozess, welche rechts in Abbildung 28 skizziert sind. Werden die Ströme dieser drei Feynmangraphen aufsummiert, gelangt man

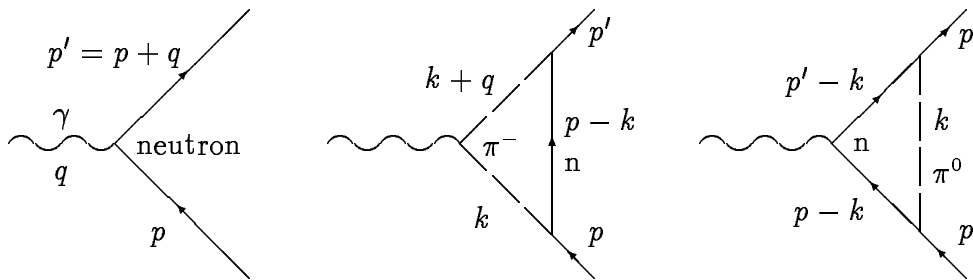


Abbildung 28: *Feynmangraphen des elektromagnetischen Neutron-Vertex (links) mit Strahlungskorrekturen in 2ter Ordnung der Kopplungskonstanten (mitte und rechts)*

nach ein paar Umformungen zu dem Ausdruck für den Stromoperator:

$$\Gamma^\mu = p^\mu \Gamma_1 + p'^\mu \Gamma_2 + \gamma^\mu \Gamma_3 \quad (\text{B.7})$$

Dabei sind die $\Gamma_i(q_\nu^2)$ skalare Funktionen des invarianten Impulsübertrags. Die Forderung nach Stromerhaltung $q_\mu \bar{u}' \Gamma^\mu u$ liefert eine Beziehung zwischen den Funktionen: $\Gamma_1 = \Gamma_2$. Somit enthält der Strom nur Beiträge proportional $(p + p')^\mu$ und γ^μ . Die Koeffizienten vor diesen Termen werden als Formfaktoren bezeichnet und müssen dem Experiment entnommen oder aus einer elementareren Theorie abgeleitet werden. Mit der Identifizierung $F_1 = 2m\Gamma_1 + \Gamma_3$, $F_2 = -2m\Gamma_1/\kappa$ gelangt man zur üblichen Darstellung des Stromoperators, siehe Gleichung (2.7a) oder:

$$\Gamma^\mu = \gamma^\mu F_1(q^2) + i\sigma^{\mu\alpha} q_\alpha \frac{\kappa}{2m} F_2(q^2) \quad (\text{B.8})$$

B.3 Der Hadrontensor

Besitzt das Hadron vor dem Stoß einen nicht verschwindenden Impuls, so ist der Weg über das Breitsystem nicht mehr möglich und der Hadron Tensor

muß direkt mit Hilfe der Spurtheoreme berechnet werden. Analog zum Leptonfall folgt der Ausdruck des Hadrontensors mit dem Nukleonstromoperator Γ^μ statt γ^μ zu:

$$W^{\mu\nu} = \text{Tr}(\not{p}' + m)\Gamma^\mu P_r(\not{p}' + m)\Gamma^\nu \quad (\text{B.9})$$

Auch hier läßt sich infolge des Projektionsoperators der Tensor in eine Summe aus symmetrischem W_S und antisymmetrischen Anteil W_r zerlegen. Die Berechnung von W_S ist einfach, aber lang und soll zuerst durchgeführt werden. Durch den Spurentwicklungssatz (C.1a) erhält man aus Gleichung (B.9) 16 Terme, von denen 8 verschwinden, da sie eine ungerade Anzahl γ -Matrizen enthalten. Der Rest läßt sich elementar auswerten und das Ergebnis ist in Gleichung (B.12) festgehalten. Die Berechnung von W_r wird vereinfacht, wenn dazu die Gordonzerlegung des Stromoperators verwendet wird, da dadurch eine γ -Matrix (im $\sigma^{\mu\nu}$ -Term) unter der Spur entfällt:

$$\Gamma^\mu = (F_1 + \kappa F_2)\gamma^\mu - \frac{\kappa F_2}{2m}(p + p')^\mu \quad (\text{B.10})$$

Die Berechnung der Spur in W_r führt hier ebenfalls auf 16 Terme, von denen jedoch nach Anwendung des γ^5 -Spurtheorems (C.1b) nur vier einen nicht verschwindenden Beitrag liefern:

$$\begin{aligned} W_r^{\mu\nu} &= (F_1 + \kappa F_2) \left[\text{Tr}(\not{p}'\gamma^\mu\gamma^5\not{p}\gamma^\nu + \gamma^\mu\gamma^5\not{p}'\not{p}\gamma^\nu)(F_1 + \kappa F_2)m \right. \\ &\quad \left. - \text{Tr}(\not{p}'\gamma^\mu\gamma^5\not{p}(p + p')^\nu - \not{p}'(p + p')^\mu\gamma^5\not{p}\gamma^\nu)\frac{\kappa F_2}{2m} \right] \\ &= 4i(F_1 + \kappa F_2) \left[m(F_1 + \kappa F_2)r_{\beta q\alpha}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\kappa F_2}{2m}r_{\beta p'_\alpha p_\gamma}(\epsilon^{\nu\alpha\beta\gamma}(p + p')^\mu - \epsilon^{\mu\alpha\beta\gamma}(p + p')^\nu) \right] \end{aligned}$$

Letzterer Ausdruck läßt sich durch die besonderen Eigenschaften des total antisymmetrischen Tensors 4ter Stufe $\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}$ weiter vereinfachen und man gelangt zum allgemeinen Hadrontensor, der auch in der Literatur zu finden ist, siehe z.B. [Bla84]:

$$W^{\mu\nu} = \frac{1}{2}(W_S^{\mu\nu} + W_r^{\mu\nu}) \quad (\text{B.12a})$$

$$\begin{aligned} W_S^{\mu\nu} &= 2(F_1 + \kappa F_2)^2 \left[p^\mu p'^\nu + p'^\mu p^\nu - (p \cdot p' - m)^2 \eta^{\mu\nu} \right] \quad (\text{B.12b}) \\ &\quad + \left[\kappa^2 F_2^2 (1 + p \cdot p' / m^2) - 2(F_1 + \kappa F_2)\kappa F_2 \right] \\ &\quad \times (p + p')^\mu (p + p')^\nu \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_r^{\mu\nu} &= 4i(F_1 + \kappa F_2) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha \\
&\times \left[m(F_1 + \kappa F_2) r_\beta + \frac{\kappa F_2}{2m} (r_\beta p \cdot q - p_\beta r \cdot q) \right]
\end{aligned}
\tag{B.12c}$$

Die Kontraktion der antisymmetrischen Anteile des Lepton- und Hadrontensors, siehe Gleichung (B.5b) und (B.12c), führt dann gemäß Gleichung (2.17a) zu einer impulsabhängigen Asymmetrie.

C Notation

In dieser Arbeit findet für theoretische Rechnungen das natürliche Einheitensystem mit $\hbar = c = 1$ Verwendung, aber auch experimentelle Energien und Impulse sind mit $c = 1$ in der Einheit ‘MeV’ angegeben. Lediglich in Kapitel 4.6 wurde zum besseren Verständnis der Rechnung \hbar mitgeführt. Sonstige experimentelle Größen sind im SI Einheitenystem (*Système International d’Unites*) angegeben. Die anschließende Tabelle stellte die hier verwendete Notation summarisch zusammen:

Verwendete Metrik	$\eta^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$
Lorentz-Vierervektor	$x^\mu = (t, \vec{x}) \in R^4$, Gelegentlich auch nur x
Vektor im Konfigurationsraum	$\vec{x} \in R^3$
Skalare Größe	x
Vektorprodukt	$\vec{x} \vec{y} = xy \cos \angle(\vec{x}, \vec{y})$
Vierervektorprodukt	$x^\mu y^\nu \eta_{\mu\nu} = x^\mu y_\mu = x \cdot y$, bzw. $x^\mu x_\mu = x_\mu^2$

Aufgeführt sind zur Vollständigkeit noch die wichtigsten, in der Rechnung verwendeten Spurtheoreme der γ -Matrizen. Besonders das Entwicklungstheorem (C.1a) wird für die Auswertung des allgemeinen Hadrontensors in Gleichung (B.9) benötigt. Zu beachten ist noch, daß alle anderen hier auftretenden Spuren mit einer γ^5 -Matrix verschwinden.

$$\text{Tr } \mathbf{1} = 4$$

$$\text{Tr } \not{a} \not{b} = 4a \cdot b$$

$$\begin{aligned}
\text{Tr } \not{a}_1 \cdots \not{a}_n &= a_1 \cdot a_2 \text{Tr } \not{a}_3 \cdots \not{a}_n - a_1 \cdot a_3 \text{Tr } \not{a}_2 \not{a}_4 \cdots \not{a}_n \\
&+ \cdots + a_1 \cdot a_n \text{Tr } \not{a}_2 \cdots \not{a}_{n-1}
\end{aligned}
\tag{C.1a}$$

$$\text{Tr } \gamma^5 \not{a} \not{b} \not{c} \not{d} = i \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} a^\alpha b^\beta c^\gamma d^\delta \tag{C.1b}$$

Die in der Datenauswertung und Simulation sowie in der Bestimmung des Formfaktors verwendete Größen wurden aus [AWa93, PDG94] entnommen:

${}^3\text{He}$ Atommasse	$m({}^3\text{He})$	2809.414 MeV
Bindungsenergie	$B({}^3\text{He})$	7.718 MeV
Masse des Neutrons	m_n	939.56563 MeV
Anormales magnetisches Moment	κ_n	-1.9130428
Masse des Pions	π^\pm	139.56995 MeV
	π^0	134.9764 MeV
Masse des Deltas	$m(\Delta_{P_{33}})$	1232 MeV, $\Gamma = 120$ MeV
Impuls der Deltazerfallsprodukte	$p_\pi = p_n$	227 MeV für $p_\Delta = 0$
Umrechnungsfaktor	$\hbar c$	197.327054 MeV fm

Abbildungsverzeichnis

1	<i>Feynmangraphen zur elastischen $e^- - {}^3\text{He}$ Streuung</i>	5
2	<i>Vollständiger Aufbau für die G_E^n – Messungen [Fre94]</i>	18
3	<i>Reduzierter Aufbau des Pilotexperiments</i>	20
4	<i>Bandstruktur von GaAs mit zugehörigen Niveaus</i>	21
5	<i>Spinrotator für definierte Elektronenpolarisation</i>	23
6	<i>Schema der Strahlführung mit polarisierten Elektronen</i>	24
7	<i>Schema des polarisierten ${}^3\text{He}$-Targets</i>	27
8	<i>Kinematik der Emission eines Čerenkov-Photons</i>	29
9	<i>Bleiglas-Summenspektren</i>	31
10	<i>Leakage des Bleiglas-Hauptmoduls</i>	32
11	<i>Bleiglas Ortsverteilung und Orts-Eichkurve</i>	34
12	<i>Flugzeitspektrum aller TOFs und Korrekturen</i>	35
13	<i>Schema eines Photomultipliersignals</i>	35
14	<i>Skizze eines Szintillatorbalkens</i>	36
15	<i>Spektrum zur Darstellung des Walks</i>	37
16	<i>Verteilung der Orte entlang eines TOF-Balkens</i>	37
17	<i>Impuls- und Impulsdichteverteilung des Neutrons</i>	39
18	<i>Generierte Verteilungen bei endlichen Raumwinkeln</i>	40
19	<i>Differenzspektrum aus Bleiglas- und rekonstruierter Energie</i>	41
20	<i>Simulierte Anteile der Elektronenenergiespektren</i>	42
21	<i>Anteile der quasi- und inelastischen Prozesse</i>	43
22	<i>Verteilung des Impulsübertragquadrats und der Neutronenergie</i>	44
23	<i>Experimentelle Neutronimpulsverteilungen</i>	45
24	<i>Darstellung der Spektren verschiedener Trennmethode</i>	47
25	<i>Asymmetrieverläufe in Abhängigkeit des Cutbereichs</i>	48
26	<i>G_E^n und verschiedene Parametrisierungen</i>	49
27	<i>Streuung im Breit-System</i>	52
28	<i>Elektromagnetischer Neutron-Vertex</i>	55

Hiermit bedanke ich mich bei allen, die mir im Verlauf dieser Arbeit mit Tips, Ratschlägen und Hilfestellungen zur Seite standen und damit zum Gelingen beitrugen. Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. G. J. Wagner und Herrn Dr. habil. P. Grabmayr für die Vergabe dieser Diplomarbeit, die überaus interessante Themenstellung und die ständige Bereitschaft für Diskussionen zur Klärung meiner Fragen.

Desweiteren möchte ich namentlich den Mitgliedern unserer Arbeitsgruppe für die gute Zusammenarbeit und das motivierende Arbeitsklima danken. Besonders zu erwähnen ist Dr. Torsten Hehl, der mir eine große Hilfe war, denn durch seine Diskussionen erlangte ich viel Einsicht in die Materie und erhielt viele Ideen. Ralf Schneider klärte ein entscheidendes „technical“ der Datenauswertung auf und war auch sonst immer hilfbereit, selbst bei trivialen Detailfragen. Ebenso waren mir Markus Sauer und Thomas Lamparter stets bei Fragen oder Problemen und nicht zuletzt durch die ständig steigende Mitbenutzung ihrer Taschenrechner behilflich. Die Konversationen mit Karin hatten auch Anteil am Gelingen der Arbeit, denn sie waren amüsant und abwechslungsreich und trugen genauso zur notwendigen Zerstreuung bei, wie die ständigen Verbesserungsvorschläge von André Fuchs zum Kaffeeprogramm (welches leider nicht Teil der Diplomarbeit war) und die kurzweiligen, streßabbauenden Unterhaltungen mit André Mondry. Viel geholfen haben mir auch die Pausen mit Andreas Hauck, in denen kleinere Programmierprobleme und theoretische Schwierigkeiten gelöst wurden.

Schließlich bedanke ich mich noch bei den Betreibern des Mainzer Mikrotrons MAMI und den Mitgliedern der dortigen Arbeitsgruppe, deren Arbeit die Grundlage für dieses Experiment bildete. Besonders fruchtbar waren die nahezu endlosen Diskussionen mit Dr. habil. Werner Heil während der Nachtschichten über die Auswertung des Experiments.

Ein spezielles Dankeschön gilt meinen Eltern, die mir das Studium ermöglichten, mir Hilfe und Verständnis entgegenbrachten und mich in den vergangenen Jahren stets voll unterstützten.

Literatur

- [Ale92] Yu. A. Alexandrov, Sov. J. Nucl. Phys. 44 (1986) 900
- [Ann87] J. R. M. Annand et. al., Nucl. Instr. & Meth. **A262** (1987) 329.
- [Arn81] R.G. Arnold, C.E. Carlson, F. Gross, Phys. Rev. C23 (1981) 363
- [Ash88] J. Ashman et al., Phys. Rev. Lett., B206 (1988) 364
- [AWa93] G. Audi, A.H. Wapstra, The 1993 Atomic Mass Evaluation, Nucl. Phys. A565(1993)
- [Bar73] W. Bartel et al., Nucl. Phys. B58 (1973) 429
- [Bau83] G. Baum et al., Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 1135
- [Bet30] H. A. Bethe, Annalen der Physik **5** (1930) 325.
- [Bjo90] J. Bjorken, S. Drell Relativistische Quantenmechanik BI-Wissenschaftsverlag, 1990
- [Bla84] B. Blankleider, R.M Woloshyn, Phys.Rev.C29 (1984) 538
- [Bos91] 8th Students' Workshop on Electromagnetic Interactions, Bosen (Saar), Sept. 1991
- [Bra92] Siegmund Brand, Datenanalyse mit statistischen Methoden und Computerprogrammen, BI-Wissenschaftsverlag, 1992, 3.Auflage
- [Byc73] E. Byckling, K. Kajantie, Particle Kinematics, John Wiley & Sons, 1973, ISBN 0 471 12885 6
- [Don85] T. W. Donnelly, Electron Scattering and Neutrino Reactions in Nuclei, Prog. Part. Nucl. Phys. 13 (85) 183
- [DoR86] T. W. Donnelly and Raskin, Considerations of Polarisation in Inclusive Elektron Scattering from Nuclei, Ann. Phys. 169 (86) 247–351
- [Eck92] G. Eckert, W. Heil, E. Otten et. al. A dense polarized ³He Target based on compression of optically pumped gas, Nucl. Instr. Meth. A320(1992) 53

- [Eyl94] Dietmar Eyl, Dissertation, Universität Mainz, Fachbereich Physik, Januar 1994
- [Fol58] Leslie L. Foldy, Neutron–Electron Interaction, *Rev. Mod. Phys.* 30 (1958) 471
- [Fre94] Andreas Frey, Dissertation Universität Mainz, Fachbereich Physik, Februar 1994
- [Fri90] H. Fritzsche, *Phys. Bl.* 46 Nr.10 (1990) 396
- [Fro94] B. Frois, M. Karliner, Where does the nucleon spin come from?, *Physics World*, July 1994, 44
- [Fro94] B. Frois, I. Sick, *Modern Topics in Electron Scattering* (1991)
- [Gal71] S. Galster et al., *Nucl. Phys. B* 32 (1971) 221
- [GEANT] GEANT3, CERN Data Handling Division DD/EE/84-1, Schweiz, Sept 1987
- [Goe94] K. Goeke, Bochum, Quarkstruktur der Baryonen: Anwendungen des Nambu Jona Lasinio (NJL) Modells auf dem Baryonensektor, DPG Kurs: Struktur des Nukleon, Bad Honnef 9.94
- [Hal84] F. Halzen, A. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley & Sons, 1984
- [Hei94] W. Heil, Gewinnung von kernspinpolarisiertem ^3He in hoher Dichte, *Phys. Bl.* 50 (1994) Nr. 11, 1060
- [Hol92] Sammlung von Übersichtsartikeln über den Status des Solitonmodells, *Proc. of the Int. Workshop „Baryons as Skyrme solitons“*, Editor G. Holzwarth, Siegen Sept 1992, World Scientific p.c., Singapore 1993, ISBN 981-02-1408-1
- [Jan82] E. Jans et. al., Quasifree (e,e'p) Reaction on ^3He , *Phys. Rev. Lett.* Vol 49 (1982) 974
- [Jon93] C. E. Jones et al., *Phys. Rev.*C41 1 (1993) 110
- [Kle87] Kleinknecht, *Detektoren für Teilchenstrahlung*, Teubner Stuttgart, (1987), 141

- [Koe75] Measurement of the Neutron–Electron Interaction by the Scattering of Neutrons by Lead and Bismuth, L. Koester, W. Nistler and W. Waschkowski, *Phys. Rev. Lett.* 36 (1976) 1021
- [Kro74] V. E. Krohn and G. E. Ringo, *Phys. Rev. D* 8 (1973) 1305
- [Leo92] W.R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, Springer Verlag, 1992, 2te Auflage
- [Mad85] R. Madey et al., Bates experiment E85-05
- [MAMI] J. Friedrich, Experimente mit MAMI–A: Eine Bilanz, *Phys. Bl.* 46(1990) Nr. 9 351
- [Mei56] Ulf G. Meißner, *Prog. Phys.* 56 (1993) 903
- [Mey94] M. Meyerhoff, Dissertation, Inst. für Physik, Mainz 1994
- [Mel59] E. Melkonian, B. M. Rustad, and. W. W. Havens Jr., *Phys. Rev.* 114 (1959) 1571
- [Mik72] M. L. Mikaelian, *High Energy Electromagnetic Process in Condensed Materia*, Interscience Tracts of Physics and Astronomy, Wiley 1972
- [Ost94] M. Ostrick, Messung des (p, n) –Untergrundes bei Experimenten zur Bestimmung des elektrischen Formfaktors des Neutrons, Diplomarbeit am Fachbereich Physik der Johannes–Gutenberg–Universität in Mainz
- [PDG94] Particle Physics Booklet 1994, Particle Data Group, American Institute
- [Pla90] S. Platchkov et al. *Nucl. Phys. A* 510 (1990) 740
- [Pov93] B. Povh, *Teilchen und Kerne: Eine Einführung in die physikalischen Konzepte*, Springer Verlag, 1993
- [Raj82] R. Rajaraman, *Solitons and Instantons*, North Holland, Amsterdam 82
- [Rec92] William H. Press et. al., *Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing*, Second Edition, ISBN 0 521 43108 5, Cambridge University Press 1992

- [Sch93] R. W. Schulze und P. U. Sauer, Inelastic electron scattering from the three-nucleon bound states with polarization, Phys. Rev. C 48 (1993) 38
- [Sic89] I. Sick, Prog. 6th Miniconference on electron scattering, p. 193, NIKHEF 1989
- [Web91] P. Weber et. al., S. Cierjacks et. al. und D. Bosnar et. al., Three-Nucleon Processes and the Total Pion Absorption Cross Section in ^3He , Nucl. Phys. A534 (1991) 541
- [Wei87] Meißner, Weise, Kaiser, Nucleus as Skyrme Solutions, Nucl. Phys. A466 (87) 685